

**Facoltà di S.S.M.M.F.F.N.N.**

**Corso di laurea in Fisica**

**Esame di Metodi Numerici**

**29-07-2004**

Il candidato risolva a scelta uno dei due seguenti quesiti:

- 1) L'equazione del moto di un pendolo forzato è data da:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = f \cos \gamma t$$

dove  $\omega$  è la frequenza “naturale” di oscillazione,  $f$  e  $\gamma$  rappresentano rispettivamente l'intensità e la frequenza della forza esterna. Scrivere una relazione sulla risoluzione dell'equazione del pendolo forzato, descrivendo in dettaglio il metodo numerico utilizzato, le motivazioni della scelta dello schema numerico, le equazioni discretizzate. Successivamente, porre  $\omega = 1$  e verificare che per  $f = 0$  si riottiene l'equazione del pendolo ordinaria, ad esempio verificando la correttezza del periodo ottenuto numericamente. Quindi, posto  $f = 0.1$ , descrivere anche per via grafica, l'evoluzione della soluzione al variare della frequenza del forzaggio esterno ad esempio per valori di  $\gamma = 0.1, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0$ . Stabilire il valore della frequenza di risonanza del sistema ed evidenziare il cambiamento nella natura della soluzione in prossimità della risonanza. Infine disegnare un grafico dell'ampiezza massima delle oscillazioni in funzione della frequenza  $\gamma$ .

- 2) L'equazione descrivente il moto di un pianeta nella sua orbita attorno al sole è data da:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{k}{r^3} \vec{r},$$

dove  $\vec{r} = (x, y)$  è il raggio vettore dal sole al pianeta, essendo  $(x, y)$  il piano dell'orbita. Risolvere l'equazione utilizzando un metodo numerico

noto, descrivendo in dettaglio il metodo numerico utilizzato, le motivazioni della scelta dello schema numerico, le equazioni discretizzate dello schema. Successivamente, descrivere (anche attraverso grafici) il tipo di soluzione ottenuta per valori tipici dei parametri, come ad es.:  $k = 1$ ,  $x(t = 0) = 1$ ,  $y(t = 0) = 0$ ,  $\dot{x}(t = 0) = 0$ ,  $\dot{y}(t = 0) = 1$ . Variando leggermente la velocità iniziale lungo  $y$ , si otterranno orbite di ampiezza diversa, percorse in tempi diversi. Misurando opportunamente il raggio del semiasse maggiore e il periodo di rivoluzione attorno al sole del pianeta, verificare la terza legge di Keplero: *“Il cubo del raggio del semiasse maggiore dell’orbita, diviso per il quadrato del tempo di rivoluzione è costante”*. Descrivere in dettaglio il metodo utilizzato per misurare le quantità.