

Esame di Metodi numerici

(29-01-2010)

- Calcolare, utilizzando il metodo del punto fisso, lo zero della funzione:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + \frac{1}{2}$$

localizzato all'interno dell'intervallo reale: $x \in]0, 1[$. Verificare, esplicitando i calcoli, che una possibile funzione di iterazione che soddisfa le condizioni del teorema di Ostrowski, è data dalla funzione: $\phi(x) = x + f(x)$. Calcolare lo zero con almeno tre cifre significative esatte, prendendo come valore tentativo iniziale: $x_0 = 0.5$. Quante iterazioni sono necessarie in questo caso per il calcolo dello zero? (10 punti)

- Uno studente effettua in laboratorio delle misure della posizione di un punto materiale in funzione del tempo, trovando i valori tabulati:

$t(sec)$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
$s(t) (m)$	1.0	2.25	4.0	6.25	9.0

Interpolare i punti trovati con una funzione polinomiale per calcolare la velocità e l'accelerazione. Cosa possiamo concludere sul moto del punto materiale esaminando tali espressioni? (10 punti)

- È noto che il periodo di un pendolo semplice lanciato con velocità nulla da una posizione θ_0 è dato dall'integrale ellittico:

$$T = \frac{2\sqrt{2}}{\omega_0} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \theta_0}}$$

Supposto che sia: $\omega_0 = \sqrt{g/L} = 1$, dove g rappresenta l'accelerazione di gravità ed L la lunghezza del filo del pendolo, valutare il periodo nel caso in cui il pendolo inizi la sua oscillazione con $\theta_0 = \pi/4$, calcolando l'integrale con la regola di Simpson ed utilizzando 4 intervalli. Di quanto ci aspettiamo che decresca l'errore se usassimo 8 intervalli invece di 4? (10 punti)