Esame di Metodi numerici

(24-05-2010)

- Calcolare, utilizzando il metodo di Newton, lo zero della funzione:

$$f(x) = \log(\tanh(x) + 1/2)$$

localizzato all'interno dell'intervallo reale: $x \in \ [1/4, 2]$, con una precisione inferiore a $\epsilon = 10^{-3}$. Mostrare che, se si sceglie come punto iniziale per iterare il metodo di Newton l'estremo sinistro dell'intervallo, allora il metodo converge, mentre non si ha convergenza se si sceglie come punto iniziale per le iterazioni l'estremo destro. Spiegare. *(10 punti)*

- Una funzione $f(x)$ è campionata in laboratorio su quattro punti equispaziati nell'intervallo: $x \in [0, \pi/2]$ ed assume i seguenti valori:

x (rad)	0.0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$
$f(x)$	0.0	1/2	$\sqrt{3}/2$	1.0

Calcolare il polinomio interpolante di Lagrange della $f(x)$, quindi stimare l'integrale definito della funzione campionata nell'intervallo $[0, 1]$, utilizzando tale polinomio.*(10 punti)*

- Calcolare, utilizzando la regola di Simpson su 4 punti equispaziati (cioé 3 sottointervalli), l'integrale della funzione:

$$f(x) = -x^2 + 4$$

nell'intervallo reale: $x \in [0, 2]$. Stimare l'errore commesso calcolando il valore esatto dell'integrale e mostrare che se si raddoppia il numero dei sottointervalli, cioé si ricalcola l'integrale su 6 intervalli, invece che su 3, l'errore diminuisce secondo la precisione teorica prevista. *(10 punti)*