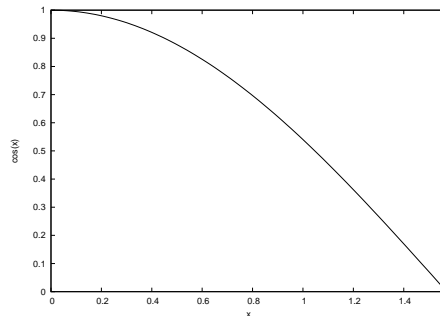


**Esame di Metodi numerici**  
(09-07-2010)

- Sia data la funzione  $f(x) = \cos x$ , con  $x \in [0, \pi/2]$ , e l'insieme dei rettangoli circoscritti dalla funzione  $f(x)$  e dagli assi  $x$  ed  $y$ . Tra tutti questi rettangoli, trovare quello di area massima, calcolando la lunghezza del lato lungo  $x$  con almeno 2 cifre decimali esatte. (10 punti)



- Data la funzione  $f(x) = \sin x$ , tabulata sui punti discreti:  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = \pi/4$ ,  $x_2 = \pi/2$ :

$x$ (rad)	0.0	$\pi/4$	$\pi/2$
$f(x)$	0.0	$\sqrt{2}/2$	1.0

calcolare il polinomio interpolante di Lagrange della  $f(x)$ , quindi stimare la derivata della funzione campionata nel punto  $x = \pi/3$ , utilizzando tale polinomio. Quanto vale la differenza rispetto al valore esatto della derivata? (10 punti)

- Calcolare, utilizzando la regola dei trapezi, modificata tramite il metodo di Romberg, il seguente integrale definito:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x} dx$$

con almeno 3 sottointervalli iniziali. Di quanto varierebbe l'errore approssimativamente, se si utilizzassero 4 intervalli iniziali, invece di 3? (10 punti)