

Esame di Metodi numerici

(30-09-2010)

- L'equazione: $\tan(x) = 1$ ha per soluzione $x = \pi/4$. Una stima del valore di π può quindi essere data calcolando gli zeri della funzione: $f(x) = \tan(x) - 1$ nell'intervallo: $x \in [0.0, 1.5]$ e moltiplicando il risultato per 4. Calcolare π con almeno 4 cifre decimali esatte, utilizzando questa tecnica, con uno qualunque dei metodi iterativi studiati per la ricerca degli zeri e utilizzando come stima iniziale per x il valore: $x_0 = 0.1$. (10 punti)
- Una serie di misure di laboratorio di una certa grandezza fisica $f(x)$, è tabulata come segue per 5 valori della variabile x :

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
$f(x)$	0.0	0.24	0.43	0.5	0.0

Calcolare un valore interpolato per la grandezza $f(x)$ per $x = 0.6$. Supposto che la funzione tabulata sia data da: $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$, calcolare la differenza tra il valore interpolato e quello teorico. (N.B.: per calcolare il valore interpolato NON è necessario esplicitare il polinomio di Lagrange!). (10 punti)

- Il moto di un punto materiale di massa m che cade nel campo di gravità terrestre, tenendo conto dell'attrito con l'aria, può essere rappresentato dall'equazione differenziale:

$$\frac{dv}{dt} = g - \mu v^2$$

dove v è la velocità istantanea del corpo, g l'accelerazione di gravità, e $\mu = k/m$ il rapporto tra la viscosità dell'aria e la massa del corpo. Se il corpo parte da fermo a $t = 0$, separando le variabili nell'equazione, si trova il tempo T di caduta, come:

$$T = \int_0^{v_f} \frac{dv}{g - \mu v^2}$$

dove v_f è la velocità con cui il corpo arriva a terra. Supposto che sia: $\mu = 1.0$ e $v_f = 3.0$, calcolare numericamente il tempo che il corpo impiega a cadere con un errore stimato inferiore a $\mathcal{E} = 0.1$. (10 punti)