

Esame di Metodi numerici

(02-03-2012)

- Calcolare lo zero della funzione trascendente:

$$f(x) = \sinh x - 5$$

compreso nell'intervallo dell'asse reale: $x \in [2, 3]$, utilizzando il metodo di Newton, a partire dal punto iniziale: $x = 2.5$, con una precisione di almeno 4 cifre significative. Quante iterazioni sarebbero occorse per calcolare lo zero con il metodo di bisezione, con la stessa precisione? (10 punti)

- Calcolare, utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson, il seguente integrale:

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{x} dx$$

utilizzando $N = 4$ intervalli equispaziati. Di quanto sarebbe variato l'errore se avessimo utilizzato $N = 8$ intervalli? (10 punti)

- Data il seguente sistema di equazioni differenziali lineari:

$$\begin{cases} u' = 998u + 1998v \\ v' = -999u - 1999v \end{cases}$$

studiare la stabilità del metodo di Eulero forward, adoperando il criterio di Von Neumann. Dopo aver verificato che la soluzione del sistema é data dalle relazioni:

$$\begin{cases} u = 2e^{-x} - e^{-1000x} \\ v = -e^{-x} + e^{-1000x} \end{cases}$$

cosa possiamo dedurre dai risultati ottenuti in termini di tempi caratteristici del fenomeno, ai fini di garantire la stabilità del metodo? (10 punti)