Esame di Metodi numerici

(09-03-2012)

- Data la seguente matrice:

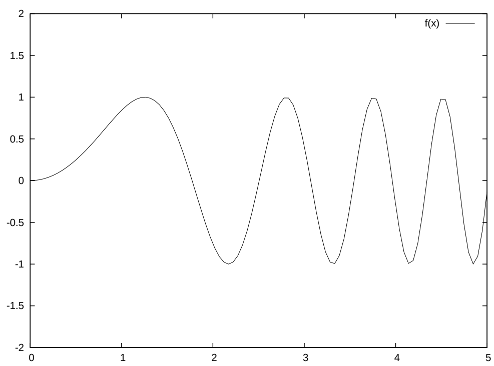
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 11 \end{pmatrix}$$

calcolare la matrice inversa A^{-1} utilizzando la tecnica della fattorizzazione LU. *(10 punti)*

- Calcolare, utilizzando il metodo di bisezione, lo zero della funzione:

$$f(x) = \sin(x^2) = 0$$

compreso nell'intervallo $x \in [2, 3]$, con una tolleranza ϵ inferiore a 10^{-2}. Verificare che il metodo di Newton, scegliendo come punti iniziali gli estremi dell'intervallo, **non** converge al valore trovato col metodo di bisezione, e spiegarne la ragione, riferendosi al grafico della funzione mostrato in basso. *(10 punti)*



- Calcolare, utilizzando il metodo dei trapezi, il valore dell'integrale Gaussiano:

$$I = \int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

utilizzando $N = 4$ intervalli equispaziati. Supposto di stimare l'errore globale sull'integrale come: $\mathcal{E} = kh^p$, essendo k una costante, p l'esponente dell'errore dato dalla regola dei trapezi, e h la spaziatura dell'intervallo, stimare il valore di k raddoppiando il numero degli intervalli, come nel metodo di Romberg. Quanti intervalli dovremmo usare per avere un errore stimato inferiore a 10^{-12}? *(10 punti)*