Esame di Metodi numerici
(27-06-2012)

- Calcolare lo zero della funzione trascendente:

$$f(x) = e^{-x^2} - 1/2$$

  compreso nell'intervallo dell'asse reale: $x \in [0, 1]$, utilizzando il metodo di Newton, a partire dal punto iniziale: $x = 0.5$, con una precisione di almeno 3 cifre significative. Quante iterazioni sarebbero occorse per calcolare lo zero con il metodo di bisezione, con la stessa precisione? *(10 punti)*

- Il valore di π può essere ottenuto calcolando il seguente integrale:

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx. \tag{1}$$

  Per ottenere una stima approssimata di π si può quindi calcolare l'integrale (1) con la regola dei trapezi, ad esempio utilizzando $N = 4$ intervalli equispaziati. Si stimi l'errore ricalcolando l'integrale con $N = 8$ intervalli, quindi calcolando il numero di punti necessari per ottenere un valore di π esatto con almeno due cifre significative. *(10 punti)*

- Data la seguente equazione differenziale lineare:

$$\frac{dy}{dt} = -y \cdot e^t$$

  studiarne la stabilità col metodo di Eulero forward, adoperando il criterio di Von Neumann. Quale dovrebbe essere il Δt massimo che si dovrebbe scegliere per poter integrare l'equazione nell'intervallo $t \in [0, 100]$? Cosa succederebbe se invece di utilizzare "Eulero forward", utilizzassimo lo schema "Eulero backward"? *(10 punti)*