

Esame di Metodi numerici
(05-09-2012)

- Dato il sistema di equazioni algebriche:

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \tag{1}$$

con:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

calcolare la soluzione \mathbf{x} del sistema (1) utilizzando la tecnica della fattorizzazione LU. (10 punti)

- Il valore di π può essere calcolato moltiplicando per 4 la soluzione della seguente equazione trascendente:

$$f(x) = \tan x - 1 = 0$$

Calcolare il valore di π col metodo descritto, cioè calcolando lo zero della funzione $f(x)$ compreso nell'intervallo $x \in [0, 1]$, in modo che il valore di π sia approssimato con una tolleranza ϵ inferiore a 10^{-4} . (10 punti)

- Calcolare, utilizzando il metodo di Simpson, il valore dell'integrale:

$$I = \int_0^{1/2} \sqrt{1-x^2} dx$$

utilizzando $N = 4$ intervalli equispaziati. Noto il valore esatto dell'integrale:

$$I = \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

stimare quanti intervalli sarebbero necessari per calcolare l'integrale in maniera approssimata con un errore inferiore a 10^{-10} . (10 punti)