

Esame di Metodi numerici

(Appello del 22-02-2013)

- Determinare con una precisione di almeno tre cifre significative, lo zero della funzione:

$$f(x) = \cos x e^{-0.2x} - 1/8$$

compreso nell'intervallo dell'asse reale: $x \in [2, 7]$, utilizzando il metodo di Newton con punto iniziale $x_0 = 4$. Verificare che se si utilizzassero come punti iniziali per iterare la successione i punti $x_0 = 2.5$, oppure $x_0 = 6.5$, il metodo di Newton non convergerebbe allo zero cercato, e spiegarne la ragione. Quali metodi, fra quelli studiati, avremmo potuto eventualmente utilizzare per assicurare la convergenza del metodo? (10 punti)

- Sia dato il seguente sistema tridiagonale:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -10 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}$$

Risolvere il sistema utilizzando il metodo della fattorizzazione LU. (10 punti)

- Calcolare, utilizzando il metodo di Simpson, il seguente integrale ellittico (incompleto) di prima specie:

$$F(x; k) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}} dt.$$

nel caso: $x = 0.5$ e $k = 0.5$, utilizzando $N = 6$ intervalli equispaziati. Supposto che l'errore commesso nella valutazione dell'integrale sia una quantità nota ϵ , quanti intervalli occorrerebbe utilizzare per ottenere l'integrale con un errore pari a $10^{-4}\epsilon$? (10 punti)