

## Esame di Metodi numerici

(Appello del 19-06-2013)

- Data la matrice:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

determinarne, con almeno 2 cifre significative di precisione, tutti gli autovalori, utilizzando il metodo di Newton per risolvere il polinomio caratteristico. Si consideri che gli intervalli in cui si trovano gli zeri  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  del polinomio caratteristico sono:  $x_1 \in [-4, -2]$ ,  $x_2 \in [-2, 4]$  e  $x_3 \in [4, 8]$ . (10 punti)

- Trovare un valore approssimato, utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson e 8 intervalli, per il seguente integrale definito:

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx.$$

Di quanto ci aspettiamo che l'errore diminuisca se invece di 8 intervalli ne usassimo 80? (10 punti)

- Data la seguente equazione differenziale:

$$\frac{du}{dx} = -u(x) \left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

per  $x \in [2, 4]$ , e condizione iniziale:  $u(x = 2) = 1$ , calcolare i valori approssimati della soluzione utilizzando  $N = 10$  intervalli equispaziati, col metodo di Eulero forward. Dimostrare che tale schema è stabile per tutti i valori di  $x$  appartenenti all'intervallo specificato  $\forall \Delta x < 1$ . (10 punti)