

Esame di Metodi numerici

(Appello del 05-07-2013)

- Risolvere, utilizzando l'algoritmo della fattorizzazione LU, il seguente sistema di equazioni lineari (10 punti):

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 4 \\ -3 & -8 & 8 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

- Trovare un valore approssimato, utilizzando il metodo di Romberg inizialmente con 4 intervalli, per il seguente integrale definito:

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

Sapendo che la soluzione esatta dell'integrale vale:

$$I = \log(1 + \sqrt{2})$$

valutare l'errore numerico $\epsilon = |I - I_{num}|$. Quanto varrebbe l'errore se invece di 4 intervalli ne usassimo 8? (10 punti)

- Sia data l'equazione differenziale dell'oscillatore smorzato:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0,$$

con $\gamma = 0.1$ e $\omega = 1$. Scrivere lo schema di Eulero forward per tale equazione e calcolare per quali valori di Δt lo schema si mantiene stabile. (10 punti)