

## Esame di metodi numerici

*Appello del 26-09-2013*

- Il numero di Neper  $e$  è soluzione dell'equazione trascendente:

$$\log x - 1 = 0$$

Utilizzando il metodo di Newton applicato all'intervallo  $[2, 3]$ , dare una stima approssimata del numero di Neper con almeno 10 cifre decimali esatte. Quante iterazioni sarebbero state necessarie, approssimativamente, per ottenere lo stesso risultato utilizzando il metodo di bisezione? (10 punti)

- Il valore esatto dell'integrale:

$$I = 4 \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$$

è  $\pi$ . Utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson con  $N = 8$  intervalli, dare una stima di  $\pi$  risolvendo l'integrale dato in maniera approssimata e valutarne l'errore. Di quanto occorrerebbe aumentare il numero degli intervalli, se si volesse ottenere una stima di  $\pi$  con un errore inferiore a  $10^{-14}$ ? (10 punti)

- Data l'equazione differenziale:

$$\frac{dy}{dx} = -x y \quad x \in [0, 1]$$

con condizione iniziale:  $y(x=0) = 1$ , studiare la stabilità dello schema di Eulero "in avanti" nell'intervallo specificato. Scelto quindi per la larghezza dell'intervallo  $\Delta x$  un valore che soddisfi la condizione di stabilità, trovare una soluzione numerica dell'equazione. Cosa ci aspettiamo che succeda se cercassimo di integrare l'equazione nell'intervallo di valori di  $x \in [0, 10]$ , invece che nell'intervallo precedente? (10 punti)