

Esame di metodi numerici

Appello del 14-02-2014

Traccia 2

Sia data l'ellisse di equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dove a e b sono rispettivamente il semiasse maggiore e minore dell'ellisse. L'eccentricità e è definita come:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

dove c è la semi-distanza focale. Vale sempre: $0 \leq e \leq 1$.

La lunghezza dell'ellisse è data dalla relazione: $l(e) = 4a E(e^2)$, dove $E(k)$ è l'integrale ellittico completo di seconda specie, definito come:

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

Posto $a = 1$, calcolare il valore di $l(e)$, utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson per il calcolo dell'integrale, per almeno 10 valori dell'eccentricità e compresi nell'intervallo $[0, 1]$, estremi inclusi. Si noti che: $l(0) = 2\pi a$ (l'ellisse si riduce ad un cerchio) e $l(1) = 4a$ (l'ellisse si riduce ad un segmento). Si realizzi quindi un grafico di $l(e)$.