Esame di metodi numerici

Appello del 09-09-2014

L'equazione di Schrödinger per l'oscillatore armonico quantistico è descritta dalla relazione:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + (2n + 1 - x^2)\psi(x) = 0$$

che ha una infinità numerabile di soluzioni, per $n = 0, 1, 2, \ldots$, chiamate **funzioni di Hermite**.

Risolvere l'equazione data con un metodo numerico appropriato per valori di $n = 0, 1, 2, 3$, nell'intervallo $x \in [0, 3]$, utilizzando le condizioni iniziali:

$$\begin{aligned}
\psi(x=0) &= 1; & \psi'(x=0) &= 0; & \text{per } n &= 0\\
\psi(x=0) &= 0; & \psi'(x=0) &= 1; & \text{per } n &= 1\\
\psi(x=0) &= -1; & \psi'(x=0) &= 0; & \text{per } n &= 2\\
\psi(x=0) &= 0; & \psi'(x=0) &= -3; & \text{per } n &= 3
\end{aligned}$$

Confrontare il risultato con le soluzioni teoriche:

$$\begin{aligned}
\psi_0(x) =& \mathrm{e}^{-x^2/2}\\
\psi_1(x) =& x\mathrm{e}^{-x^2/2}\\
\psi_2(x) =& (2x^2 - 1)\mathrm{e}^{-x^2/2}\\
\psi_3(x) =& (2x^3 - 3x)\mathrm{e}^{-x^2/2}
\end{aligned}$$