

Esame di metodi numerici
Appello straordinario del 12-11-2014

I polinomi di Chebyshev sono definiti come la soluzione dell'equazione differenziale:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{x}{1-x^2} \frac{dy}{dx} + \frac{n^2}{1-x^2} y = 0$$

con $x \in [-1, +1]$, che ha una infinità numerabile di soluzioni, per $n = 0, 1, 2, \dots$, indicate con $T_n(x)$.

Risolvere l'equazione data con un metodo numerico appropriato per valori di $n = 0, 1, \dots, 5$, nell'intervallo $x \in [0, 1[$, utilizzando le seguenti condizioni iniziali:

$$\begin{aligned} T_n(x=0) &= 0 && \text{per } n \text{ dispari} \\ T_n(x=0) &= (-1)^{n/2} && \text{per } n \text{ pari} \\ T'_n(x=0) &= 0 && \text{per } n \text{ pari} \\ T'_n(x=0) &= n(-1)^{(n-1)/2} && \text{per } n \text{ dispari} \end{aligned}$$

Confrontare il risultato con la soluzione teorica: $T_n(x) = \cos[n \arccos(x)]$.