Esame di metodi numerici

Appello del 10-11-2015

La distribuzione di Gumbel descrive i valori estremi di una serie stocastica continua, e la densità di probabilità è definita come:

$$F(x) = \frac{1}{\beta}\exp(-z - \exp(-z))$$

dove $z = (x-\mu)/\beta$, e μ e β rappresentano due parametri. Calcolare, per vari valori di β e μ il valore atteso e la varianza della distribuzione, calcolando i relativi integrali in maniera approssimata utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson. Confrontare i risultati con i valori teorici attesi:

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xF(x)dx = \mu + \beta k$$

$$\sigma(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(x)]^2 F(x)dx = \frac{\pi^2}{6}\beta^2$$

dove $k \simeq 0.5772$ è un valore costante.

Suggerimento. Per calcolare l'integrale esteso ad un intervallo infinito, si noti che la funzione $F(x)$ decresce molto velocemente al crescere di x, sia per valori positivi che negativi. Di conseguenza, basta limitare gli estremi di integrazione a quei valori di x positivi e negativi per cui la funzione diventa inferiore (per i valori scelti di μ e β) della precisione di macchina.