

Esame di Fisica computazionale

07-09-2017

I valori della successione:

$$a_n = \sqrt[n]{n}$$

sono soluzioni dell'equazione algebrica:

$$x^n - n = 0 \tag{1}$$

con $n \in \mathbb{N}$. Per $n = 1$ si ha ovviamente: $a_1 = 1$. Una maniera di calcolare un valore numerico approssimato della quantità a_n per $n > 1$ è quindi dato dal calcolo, con un opportuno metodo numerico della soluzione approssimata dell'equazione (1).

Calcolare la soluzione della (1) per $n = 2, \dots, 1000$ attraverso il metodo di Newton, con una precisione $\epsilon = 10^{-13}$, e stampare i valori ottenuti per la soluzione su un file. Quindi fare un grafico degli a_n in funzione di n e mostrare che la successione converge verso il valore $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$. Infine, confrontare la soluzione numerica con la soluzione esatta $\sqrt[n]{n}$ calcolando la differenza tra le due e verificando che i valori sono sempre inferiori a ϵ .

Suggerimento:

per assicurare una più veloce convergenza del metodo di Newton, conviene scegliere come valore tentativo iniziale della soluzione, la stessa calcolata per il precedente valore di n .