Esame di Fisica computazionale
Appello straordinario del 13/02/2018

La distribuzione di Weibull descrive la probabilità di avere una serie di guasti su tempi variabili in una catena di produzione. La sua espressione matematica è data da:

$$f(\lambda, k, x) = \frac{k}{\lambda^k} x^{k-1} \mathrm{e}^{-(x/\lambda)^k}$$

con $x \in [0, +\infty]$, e $k > 0$ e $\lambda > 0$ parametri reali. Calcolare, utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson per la soluzione degli integrali, per almeno 5 valori interi distinti di k e altrettanti valori interi di λ, i momenti di ordine 1, 2, 3, 4 della distribuzione, definiti come:

$$\mu_n(\lambda, k) = \int_0^\infty x^n f(\lambda, k, x) dx$$

e, laddove possibile, cioé per valori di n e k tali che il rapporto n/k sia intero, confrontare il risultato ottenuto con la previsione teorica:

$$\mu_n = \lambda^n \left(\frac{n}{k}\right)!$$

Suggerimento. Per calcolare l'integrale esteso ad un intervallo infinito, si noti che, una volta fissati i valori di λ e k, la funzione $f(\lambda, k, x)$ decresce velocemente al crescere di x. Di conseguenza, basta limitare l'estremo superiore di integrazione a quei valori di x positivi per cui la funzione diventa inferiore (per i valori fissati di λ e k) alla precisione di macchina.