Esame di Fisica Computazionale

Appello straordinario del 20-03-2018

Le equazioni che descrivono, in un sistema di coordinate cartesiane $x - y$, il moto di un punto materiale lanciato in aria con una velocità iniziale v_0 formante un angolo θ rispetto all'asse x orizzontale, sono date da:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\gamma\frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\gamma\frac{dy}{dt} - g \end{aligned}$$

dove g è l'accelerazione di gravità ($g = 9.81$ cm/sec^2) e γ la viscosità cinematica del fluido.

Si risolva il sistema di equazioni con un metodo di Runge-Kutta al secondo ordine, utilizzando le condizioni iniziali:

$$\begin{aligned} x(t=0) = 0; \qquad & y(t=0) = 0 \\ v_x(t=0) = v_0\cos\theta; \qquad & v_y(t=0) = v_0\sin\theta \end{aligned}$$

e si confronti, fissato $\theta = \pi/4$ e per almeno tre valori di γ, il risultato trovato con la soluzione analitica:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_0\cos\theta}{\gamma}(1-e^{-\gamma t}) \\ y(t) &= \frac{v_0\sin\theta}{\gamma}(1-e^{-\gamma t}) - \frac{g}{\gamma}\left[t - \frac{1}{\gamma}(1-e^{-\gamma t})\right] \end{aligned}$$

Quindi, fissato un valore $\gamma < 1$, calcolare, per almeno 10 valori di θ compresi tra 0 e $\pi/2$ (esclusi), i valori della gittata x_{max} e realizzare un grafico di questa quantità in funzione di θ.