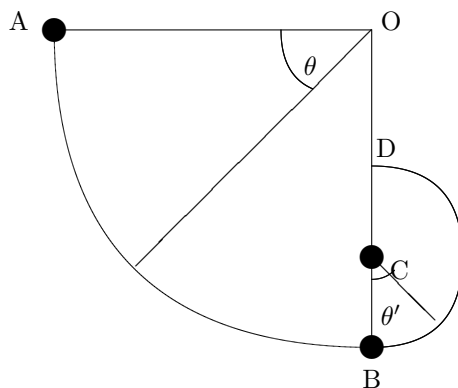


## Esame di fisica computazionale

Appello del 29-06-2018

Si consideri il problema meccanico riportato in figura:



un punto materiale di massa  $m$  è vincolato, tramite un filo di massa trascurabile, a ruotare attorno ad un perno  $O$ . Il corpo viene lasciato cadere al tempo  $t = 0$  dalla posizione iniziale  $A$ , quando il filo si trova in posizione orizzontale, con velocità nulla. Il punto percorre quindi una circonferenza di raggio pari alla lunghezza  $l$  del filo, fino ad arrivare in  $B$ , con il filo in posizione verticale. A questo punto, il filo incontra un altro perno  $C$ , di dimensioni trascurabili, posto a distanza  $d$  dal punto  $O$  lungo la verticale, e il corpo inizia a ruotare intorno ad esso.

Chiamiamo  $\theta$  l'angolo formato dal filo con la direzione orizzontale durante la prima parte del moto. Il moto del punto in questa fase e la tensione del filo, sono descritti rispettivamente dalle equazioni:

$$\ddot{\theta} = \frac{g}{l} \cos \theta \quad (1)$$

$$T = mg \sin \theta + ml\dot{\theta}^2 \quad (2)$$

dove  $g$  è l'accelerazione di gravità, pari a  $9.81 \text{ m/s}^2$ . Le condizioni iniziali del

problema sono:

$$\theta(t=0) = 0; \quad \dot{\theta}(t=0) = 0$$

Sia invece  $\theta'$  l'angolo formato nella seconda parte del moto tra il filo e la direzione verticale e  $l' = l - d$  sia il raggio della circonferenza descritta dal punto materiale.

L'equazione del moto in questa fase e la tensione del filo valgono:

$$\ddot{\theta}' = -\frac{g}{l'} \sin \theta' \quad (3)$$

$$T = mg \cos \theta' + ml' \dot{\theta}'^2 \quad (4)$$

In questo caso, le condizioni iniziali sono:

$$\theta'(t=0) = 0; \quad \dot{\theta}'(t=0) = \dot{\theta} \frac{l}{l'}$$

come si ricava facilmente dalla conservazione dell'energia tra la prima e la seconda fase del moto nel punto B.

Si effettui un esperimento numerico simulando le due fasi del moto, risolvendo le rispettive equazioni con uno schema di Runge-Kutta al secondo ordine, e, scegliendo almeno 3 diversi insiemi di valori per la massa  $m$ , la lunghezza  $l$  e la distanza  $d$ , si calcolino:

1. la velocità con cui il punto materiale arriva in  $B$  e si confronti il risultato con la previsione teorica, ottenibile dal principio di conservazione dell'energia:  $v_B = \sqrt{2gl}$  (si ricordi che  $v_B = l\dot{\theta}(\theta = \pi/2)$ );
2. si mostri che la condizione per cui il punto materiale raggiunge il punto  $D$  con il filo in tensione è data da:

$$d > \frac{3}{5}l.$$