Esame di Fisica Computazionale

del 16-07-2018

Il modello di Parker per l'espansione del vento solare fu sviluppato da E. N. Parker nel 1958 e ricevette successive conferme con le prime missioni spaziali Venus e Mariner, che osservarono il vento solare. A dispetto delle ipotesi semplificative utilizzate (stazionarietà, incomprimibilità, simmetria sferica, assenza di campo magnetico, ipotesi isoterma), il modello riproduce sorprendentemente bene diverse caratteristiche successivamente osservate nel vento solare.

Secondo il modello, la velocità del vento solare (in unità della velocità del suono) varia, in funzione della distanza dal sole (in unità del **raggio critico** r_c), secondo l'equazione trascendente:

$$\tilde{v}^2 - \log\left(\tilde{v}\right)^2 - 4\log\tilde{r} - \frac{4}{\tilde{r}} - C = 0 \tag{1}$$

dove $\tilde{v} = v/c_s$ è la velocità del vento solare in unità della velocità del suono (numero di Mach), $\tilde{r} = r/r_c$ è la distanza dal sole in unità del raggio critico $r_c = GM_\odot/c_s^2$, e C è una costante arbitraria.

Si risolva l'equazione (1) calcolando, per valori di $\tilde{r}$ compresi nell'intervallo $]0, 5]$ e per valori della costante $C = -1, -2, -3$, la soluzione dell'equazione di Parker utilizzando il metodo di bisezione.

Mostrare che:

1. esistono almeno 2 rami della soluzione, uno con $\tilde{v} \geq 1$ e l'altro con $\tilde{v} \leq 1$;
2. per $C = -3$ i due rami della soluzione convergono in $\tilde{r} = 1$ (cioé la curva per $C = -3$ rappresenta una soluzione in cui la velocità del vento solare diventa supersonica al raggio critico r_c);
3. usando i seguenti valori dei parametri:

$$\begin{aligned} c_s &\sim 10^5 \text{ m/s} \\ r_E &\sim 21.4\ r_c \end{aligned}$$

   dove r_E è il raggio dell'orbita terrestre in unità di r_c, calcolare, per $C = -3$ la velocità del vento solare all'orbita della terra e confrontarla col valore misurato $v_E \sim 310$ km/s in condizioni di minimo solare.

Suggerimento: per calcolare la $\tilde{v}$ per vari valori di $\tilde{r}$, suddividere l'intervallo $\tilde{r} =]0, 5]$ in intervalli equispaziati e per ciascun valore di $\tilde{r}$ calcolare i due zeri dell'equazione data per $\tilde{v}$, scegliendo per il primo l'intervallo iniziale $0 \leq \tilde{v} \leq 1$ e per l'altro l'intervallo $1 \leq \tilde{v} \leq 1000$. Si noti infine che l'equazione si può risolvere per $\tilde{v}^2$ e quindi calcolare la soluzione per $\tilde{v}$.