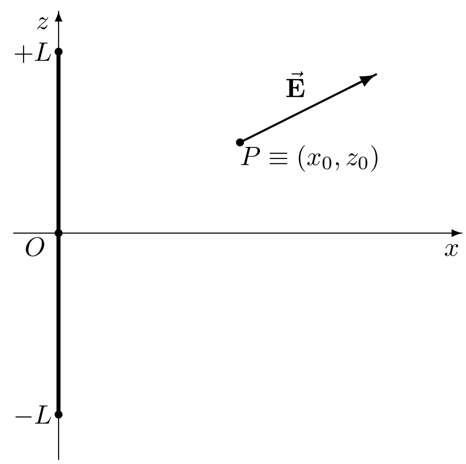
Esame di fisica computazionale
Appello del 06-09-2018

Si consideri un filo conduttore di spessore trascurabile, avente lunghezza $2L$, carico con una densità lineare di carica $\lambda(z)$ e posizionato in un sistema di assi cartesiani $x - z$ come in figura:



Le componenti del campo elettrico (nel vuoto) in un punto generico di coordinate (x_0, z_0), $\mathbf{E}$ si possono valutare calcolando i due integrali, uno per ciascuna componente del campo:

$$\mathbf{E}(x_0, z_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^{+L} \frac{\lambda(z)[x_0\hat{\mathbf{i}} + (z_0 - z)\hat{\mathbf{k}}]}{[x_0^2 + (z_0 - z)^2]^{3/2}} dz$$

dove $\hat{\mathbf{i}}$ e $\hat{\mathbf{k}}$ rappresentano i versori degli assi x e z, rispettivamente.

Si calcolino numericamente, utilizzando il metodo di Cavalieri-Simpson su un numero adeguato di punti (almeno 1000), le componenti x e z del campo elettrico in un insieme di punti $P \equiv (x_0, z_0)$ nei casi seguenti:

1. scegliere almeno 10 punti P per cui le coordinate $z_0 = 0$ e le x_0 variano nell'intervallo: $x_0 \in [0.5, 5.0]$, con $\lambda = \text{costante} = 1$;

2. scegliere almeno 11 punti P, per cui le coordinate $x_0 = 1$ e z_0 varia

nell'intervallo: $z_0 \in [-2.0, +2.0]$, con $\lambda = \text{costante} = 1$;

3. stessa configurazione del caso 1, ma con $\lambda = e^{-z^2/2\sigma^2}$ e $\sigma = 0.5$;

4. stessa configurazione del caso 2, ma con $\lambda = e^{-z^2/2\sigma^2}$ e $\sigma = 0.5$.

Per semplicità di calcolo, si usi: $L = 1$ ed un sistema di unità di misura in cui $4\pi\epsilon_0 = 1$.

Nel caso 1, si confronti il risultato trovato numericamente con la soluzione esatta (valida per $L = 1$):

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 x_0}\sqrt{\frac{1}{1+x_0^2}} \\ E_z &= 0 \end{aligned}$$