

Esame di fisica computazionale

Appello del 11-02-2019

Un punto materiale di massa m si muove lungo un piano scabro, di coefficiente di attrito dinamico μ , inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale e di lunghezza L . Il corpo si muove sotto l'azione del suo peso, della forza esercitata da una molla di costante elastica k il cui secondo estremo è vincolato alla sommità del piano inclinato, e della reazione vincolare esercitata dal piano, rimanendo aderente alla superficie.

L'equazione in coordinate cartesiane che descrive il moto del punto materiale è:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x + g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

dove x è la posizione del punto materiale lungo il piano inclinato (assunta positiva nella direzione discendente di esso e nulla sulla sua sommità), mentre ω è legata alla costante elastica della molla dalla relazione: $\omega = \sqrt{k/m}$. La costante $g = 9.81$ (in unità MKSA) è l'accelerazione di gravità.

Si risolva l'equazione del moto data utilizzando uno schema symplettico e le condizioni iniziali: $x(t = 0) = 0$, $\dot{x}(t = 0) = v_0$ e si confronti, per almeno 3 differenti valori di v_0 e θ , la soluzione numerica trovata con la soluzione esatta, data da:

$$x(t) = \frac{v_0 \sin(\omega t) - \alpha(\theta)\omega \cos(\omega t)}{\omega} + \alpha(\theta)$$

dove: $\alpha(\theta) = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)/\omega^2$.

Fissato quindi un determinato valore dell'angolo θ , calcolare numericamente la velocità iniziale v_0 necessaria per far sì che il punto materiale arrivi alla base del piano inclinato. Analogamente, fissato un valore per v_0 , calcolare per quale valore minimo di θ il punto materiale arriva alla base del piano inclinato.