

## Esame di fisica computazionale

Appello del 11-02-2019

Un punto materiale di massa  $m$  si muove lungo un piano scabro, di coefficiente di attrito dinamico  $\mu$ , inclinato di un angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale e di lunghezza  $L$ . Il corpo si muove sotto l'azione del suo peso, della forza esercitata da una molla di costante elastica  $k$  il cui secondo estremo è vincolato alla sommità del piano inclinato, e della reazione vincolare esercitata dal piano, rimanendo aderente alla superficie.

L'equazione in coordinate cartesiane che descrive il moto del punto materiale è:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x + g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

dove  $x$  è la posizione del punto materiale lungo il piano inclinato (assunta positiva nella direzione discendente di esso e nulla sulla sua sommità), mentre  $\omega$  è legata alla costante elastica della molla dalla relazione:  $\omega = \sqrt{k/m}$ . La costante  $g = 9.81$  (in unità MKSA) è l'accelerazione di gravità.

Si risolva l'equazione del moto data utilizzando uno schema symplettico e le condizioni iniziali:  $x(t = 0) = 0$ ,  $\dot{x}(t = 0) = v_0$  e si confronti, per almeno 3 differenti valori di  $v_0$  e  $\theta$ , la soluzione numerica trovata con la soluzione esatta, data da:

$$x(t) = \frac{v_0 \sin(\omega t) - \alpha(\theta)\omega \cos(\omega t)}{\omega} + \alpha(\theta)$$

dove:  $\alpha(\theta) = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)/\omega^2$ .

Fissato quindi un determinato valore dell'angolo  $\theta$ , calcolare numericamente la velocità iniziale  $v_0$  necessaria per far sì che il punto materiale arrivi alla base del piano inclinato. Analogamente, fissato un valore per  $v_0$ , calcolare per quale valore minimo di  $\theta$  il punto materiale arriva alla base del piano inclinato.