

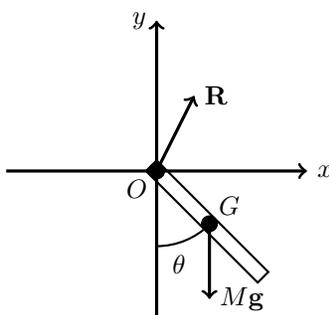
Esame di fisica computazionale

Appello del 19-07-2019

Un'asta rigida di lunghezza L e massa M è vincolata a ruotare attorno ad un suo estremo restando nel piano $x - y$ come in figura sotto l'azione del suo peso e della reazione vincolare sulla cerniera in O .

Chiamando θ l'angolo formato tra la direzione dell'asta e la verticale, le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi rigidi ci forniscono l'equazione del moto e le componenti della reazione vincolare \mathbf{R} :

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= -\frac{3g}{2L} \sin \theta \\ R_x &= \frac{ML}{2} (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) \\ R_y &= \frac{ML}{2} (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) + Mg\end{aligned}$$



Lo studente risolve l'equazione del moto e calcoli le componenti della reazione vincolare in funzione del tempo utilizzando uno schema simplettico. In particolare, partendo dalle condizioni iniziali: $\theta_0 = \pi/2$ e $\dot{\theta}_0 = 0$ si confrontino le componenti della reazione vincolare per $\theta = 0$ con la soluzione esatta che si ottiene dalla conservazione dell'energia meccanica:

$$R_x = 0; \quad R_y = \frac{5}{2}Mg$$

Utilizzando invece come condizione iniziale: $\theta_0 = \pi/2$, $\dot{\theta}_0 = \Omega$, con $\Omega < 0$, si determini, con una precisione inferiore a 10^{-1} , il valore di Ω tale che l'asta giunga nella posizione di equilibrio instabile $\theta = -\pi$ con velocità nulla.

Suggerimento: per calcolare il valore di Ω si proceda come nel metodo di bisezione, determinando due valori di Ω per cui l'asta, rispettivamente, supera oppure non supera la posizione $\theta = -\pi$, quindi si divida a metà questo intervallo iniziale e si iteri il procedimento.