Esame di fisica computazionale

Appello straordinario del 20-11-2019

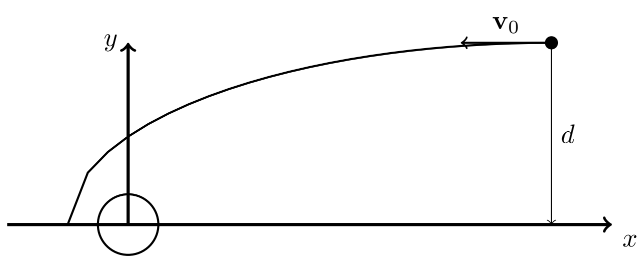
Un asteroide si muove verso la terra, da una grande distanza, con velocità iniziale di modulo v_0 e parametro d'impatto d, come in figura. Le equazioni che descrivono il moto dell'asteroide nel piano $x - y$, in coordinate adimensionali, sono:

$$\ddot{x} = -\frac{kx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$
$$\ddot{y} = -\frac{ky}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

dove x e y sono le coordinate dell'asteroide e k una costante adimensionale che dipende dalla costante di gravitazione universale $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2/kg^2}$ e dalle unità di misura scelte.

Scegliendo di misurare le lunghezze in unità del raggio della terra: $R_T = 6378.388 \times 10^3\,\mathrm{m}$, le masse in unità della massa della terra: $M_T = 5.97219 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ ed i tempi in ore: $T = 3600\,\mathrm{s}$, il valore di k è dato da:

$$k = G\, M_T\, R_T^{-3} T^2 \sim 19.8944$$



Lo studente risolva numericamente il sistema di equazioni differenziali dato con le condizioni iniziali: $x_0 =$ qualsiasi, $\gg 1$; $y_0 = d$; $v_{x0} = -v_0$ e $v_{y0} = 0$ e calcoli:

1. la velocità minima v_0 tale che l'asteroide **non** cada sulla terra (cioé tale che a $y = 0$ la x corrispondente sia minore di -1) per almeno 3 valori distinti del parametro d'impatto d;

2. le componenti v_x e v_y della velocità quando l'asteroide passa alla minima distanza dalla terra ($y = 0$) nei tre casi precedenti.

Si confronti il valore trovato di v_0 nel punto 1) con il valore teorico (in unità adimensionali): $v_0 = \sqrt{\frac{2k}{d^2-1}}$