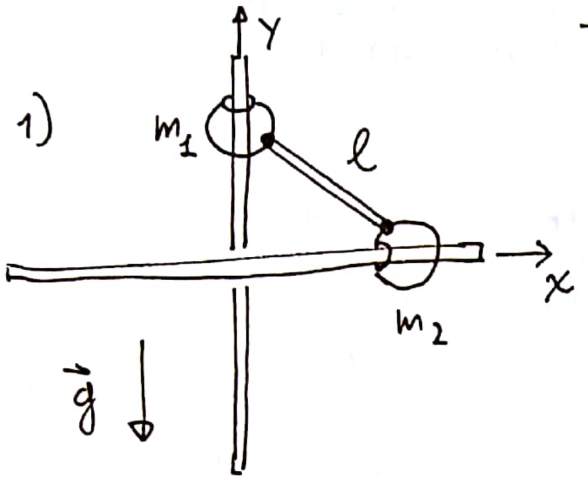
Meccanica Analitica

Prova d'esonero del ~~26 giugno 2014~~ 22 febbraio 2016

1) 

Due masse m_1 e m_2 sono collegate da una sbarretta di lunghezza l e di massa trascurabile. La massa m_1 può muoversi solo in verticale, ed è soggetta alla gravità g. La massa m_2 può muoversi solo in orizzontale. Entrambe le masse scivolano senza attrito. Scrivere la Lagrangiana, le eq. di Lagrange, e l'Hamiltoniana del sistema. Discutere le proprietà del moto per piccole oscillazioni.

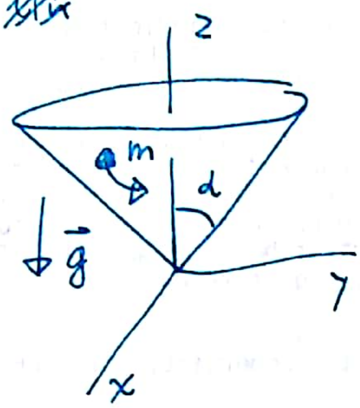
2) Una particella di massa m si muove nel piano in presenza di una forza centrale data da

$$\vec{F} = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\,\hat{u}_r \ .$$

Scrivere la Lagrangiana, l'Hamiltoniana, e l'eq. di Hamilton-Jacobi del sistema, e individuare gli integrali primi del moto.

Meccanica Analitica

Prova d'esonero del 9/04/2015

1) 

Un corpo di massa m si muove su una superficie conica, senza attrito e in presenza della gravità. Il cono ha un angolo di apertura α. Scrivere la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange del sistema, ed individuare gli integrali primi del moto.

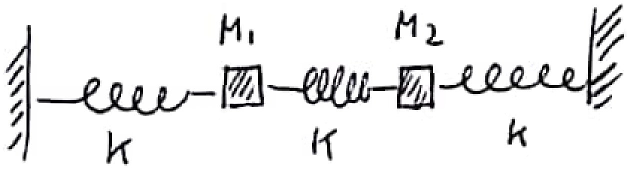
2) Un corpo di massa m si muove in un potenziale bidimensionale a "portauova" dato da:

$$U = -mgh_0\left[\cos(kx) + \cos(ky) + \sin(k(x+y))\right]$$

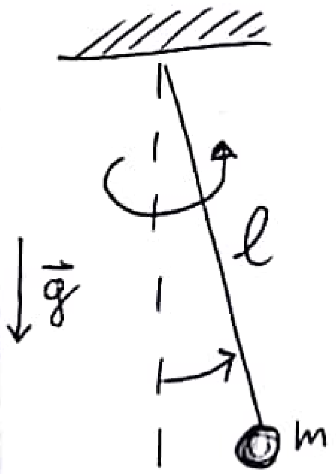
con g, h_0, k costanti. Scrivere l'Hamiltoniana del sistema e le eq. di Hamilton, nonché l'eq. di Hamilton-Jacobi.

Meccanica Analitica

Prova d'esonero del 9 Aprile 2014

1) 

Due masse uguali M_1 ed M_2 sono collegate a 3 molle di uguale costante elastica k (vedi figura) e possono muoversi solo in orizzontale. Scrivere e risolvere le eq. di Lagrange del sistema, determinando le pulsazioni del moto.

2) 

Un pendolo sferico oscilla in presenza di gravità. Scrivere l'Hamiltoniana e le eq. di Hamilton del sistema, e individuare gli integrali primi del moto.

Meccanica Analitica

Prova d'esonero del 31/01/2014

1) Un corpo di massa M si muove nel piano in presenza di una energia potenziale data da $U = \frac{1}{2} k (x^2 + y^2)$. Scrivere la Lagrangiana e le eq. di Lagrange, individuare gli integrali del moto, e discutere la forma dell'orbita.

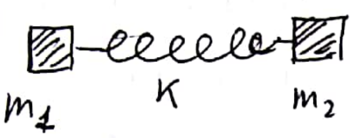
2) Un corpo di massa m si muove in un potenziale bidimensionale a "portauova" dato da:

$$U = m g h_0 \left[\cos(kx) + \cos(ky) \right]$$

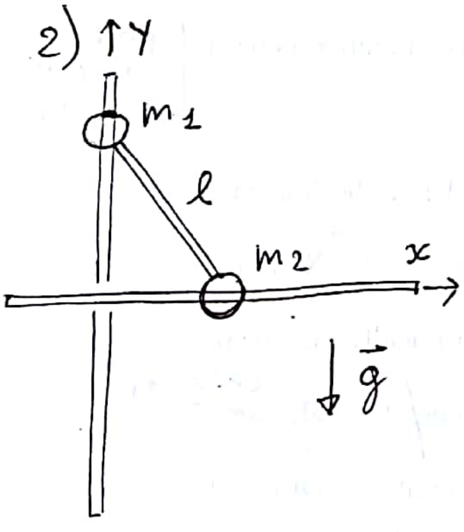
con h_0 e k costanti. Scrivere la Hamiltoniana, le eq. di Hamilton, e individuare il valore ~~massimo~~ minimo dell'energia totale che può permettere al corpo di raggiungere qualsiasi punto del piano xy.

Meccanica Analitica

Appello Straordinario dell' 11 Novembre 2013

1) 

Due masse m_1 ed m_2 sono collegate da una molla di costante elastica K. Le due masse possono muoversi soltanto in orizzontale. Scrivere la Lagrangiana, le eq. di Lagrange, e risolvere il problema del moto, calcolando la pulsazione e la dipendenza dal tempo delle coordinate.

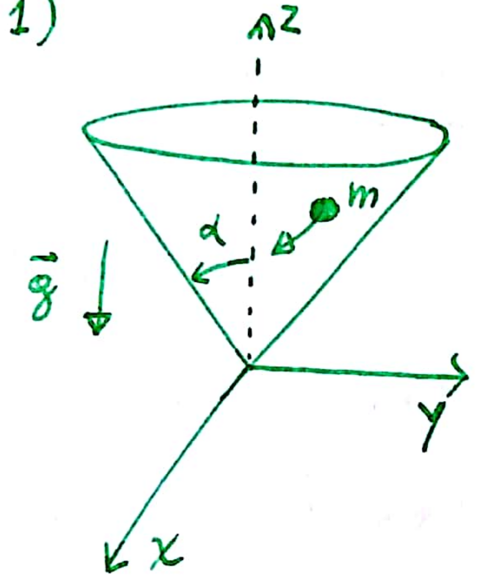
2) 

Due masse m_1 ed m_2 sono collegate da una sbarretta ℓ di massa trascurabile. La massa m_1 può muoversi solo in verticale, ed è soggetta alla gravità. La massa m_2 può muoversi solo in orizzontale. Entrambe le masse scivolano senza attrito. Scrivere la Lagrangiana, l'Hamiltoniana, e le eq. di Hamilton del sistema.

Meccanica Analitica

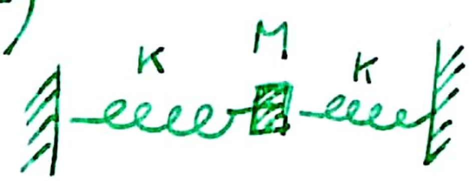
Appello del 3 aprile 2013

1)



Una particella di massa m è vincolata a muoversi su una superficie conica, in presenza dell'accelerazione di gravità. Scrivere la Lagrangiana e l'Hamiltoniana del sistema, nonché le eq. di Hamilton.
Individuare gli integrali primi del moto e scrivere l'eq. di Hamilton - Jacobi corrispondente.

2)

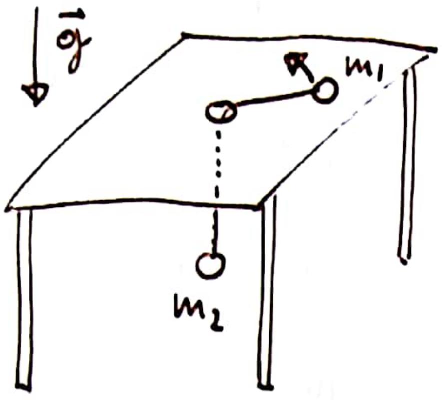


Una particella di massa M è collegata a due molle di costante elastica K, e può muoversi solo in orizzontale. Scrivere le eq. di Lagrange e risolvere il problema del moto.

Meccanica Analitica

(A)

Prova d'esonero del 25 giugno 2012

1. 

Due punti materiali di massa m_1 ed m_2 sono collegati da un filo di lunghezza ℓ passante attraverso un foro praticato su di un tavolo liscio, in modo che m_1 giace sulla superficie del tavolo ed m_2 resta sospeso. Supponendo che m_2 si muova solo lungo la verticale mentre m_1 si muove nel piano del tavolo, scrivere la Lagrangiana del sistema, le eq. di Lagrange, ed individuare gli integrali primi.

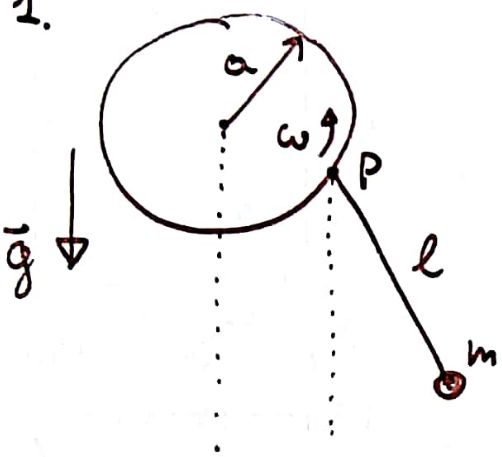
2. Scrivere l'equazione di Hamilton - Jacobi per il pendolo semplice e portarla alle quadrature.

Meccanica Analitica

(B)

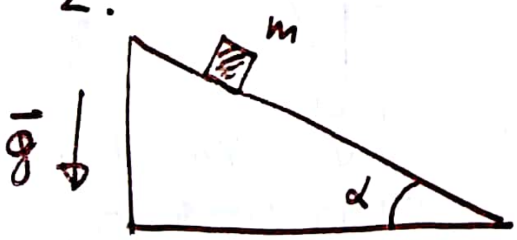
Prova d'esonero del 25 giugno 2012

1.



Scrivere la Lagrangiana e le eq. di Lagrange di un pendolo piano il cui punto di sospensione P si muove uniformemente lungo una circonferenza giacente in un piano verticale. Il punto di sospensione si muove con velocità angolare ω.

2.

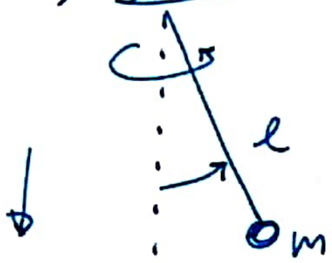


Scrivere l'eq. di Hamilton-Jacobi per il piano inclinato e portarla alle quadrature.

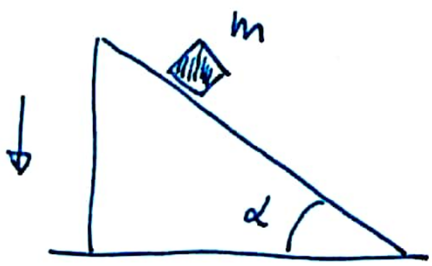
Meccanica Analitica

C

Prova d'esonero del 24/01/2012

1) 

Un pendolo sferico di lunghezza l può oscillare anche fuori del piano; scrivere la Lagrangiana, le eq. di Lagrange, e l'Hamiltoniana del sistema. Individuare gli integrali primi del moto e indicare come il sistema possa essere portato alle quadrature.

2) 

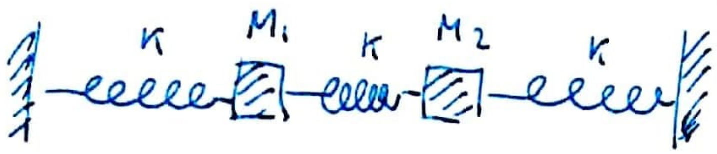
Una massa m si muove senza attrito lungo un piano inclinato. Scrivere e risolvere l'eq. di Hamilton - Jacobi per questo sistema.

//

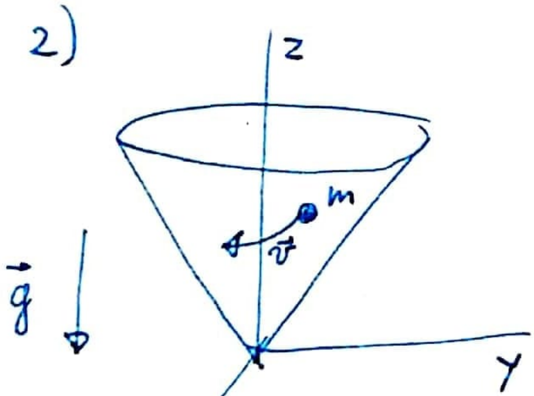
Meccanica Analitica

Corso di Laurea in Fisica

Appello del 20 ~~Luglio~~ Novembre 2011

1) 

Due masse M_1 ed M_2 sono collegate a tre molle di costante elastica K, e possono oscillare solo orizzontalmente, lungo l'asse x. Si scrivano la Lagrangiana e le equazioni di Lagrange del sistema, e si determinino le frequenze caratteristiche del moto.

2) 

Una massa m è vincolata a muoversi su una superficie conica (vedi figura) in presenza dell'accelerazione di gravità. Scrivere l'Hamiltoniana e le eq. di Hamilton del sistema, individuare gli integrali primi del moto, e indicare come il problema del moto possa essere portato alle quadrature.

Prova d'esonero del 23 febbraio 2011

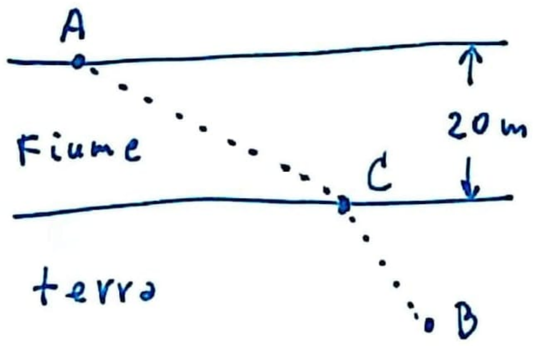
A

1. Una particella di massa m si muove nel piano in presenza di una forza centrale data da

$$\vec{F} = -\frac{2e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}\,\hat{u}_r$$

Scrivere la Lagrangiana, l'Hamiltoniana, e l'eq. di Hamilton-Jacobi del sistema, ed individuare gli integrali primi del moto.

2.



Un castoro si trova sulla sponda di un fiume, in A, largo 20 m, e deve raggiungere, nel più breve tempo possibile il punto B sulla terra ferma dall'altro lato del fiume.

Rispetto al punto A, il punto B ha coordinate $x = 50$ m, $y = -30$ m. Sapendo che la velocità del castoro rispetto al fiume è di 10 m/s, mentre la sua velocità sulla terra è di 3 m/s, determinare il tempo minimo per andare da A a B.

Meccanica Superiore - Modulo di Meccanica Analitica

Prova d'esonero del 23 febbraio 2011

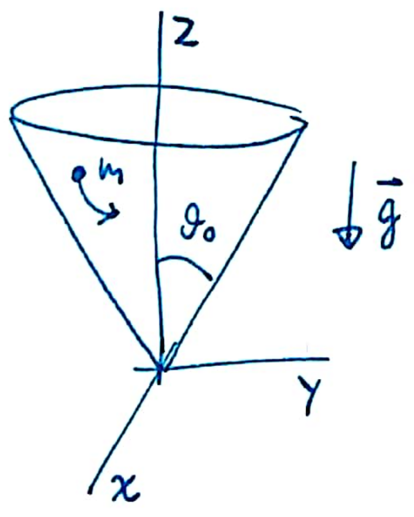
C

1. Una particella relativistica si muove solo lungo l'asse x, ed è caratterizzata dalla Lagrangiana

$$L = -mc^2\sqrt{1 - v^2/c^2} + qE \cdot x$$

dove $v = \dot{x}$. Scrivere l'eq. di Hamilton-Jacobi del sistema e indicare il metodo di soluzione.

2.

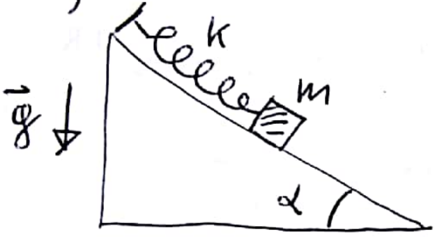


Una particella di massa m si muove senza attrito su una superficie conica, come mostrato in figura, in presenza del campo gravitazionale $\vec{g}$. Si scrivano la Lagrangiana e l'Hamiltoniana del sistema, e si individuino gli integrali primi del moto.

MECCANICA ANALITICA

Corso di Laurea in Fisica

Appello di recupero di settembre - 07/09/2010

1) 

Una massa m può muoversi senza attrito lungo un piano inclinato di un angolo α. La massa è collegata a una molla di costante elastica K, fissata alla sommità del piano.

Scrivere la Lagrangiana, l'Hamiltoniana e le eq. di Hamilton del sistema, e indicare il carattere del moto.

2) Un corpo di massa m si muove in presenza di un potenziale centrifugo dato da

$$U = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

dove ω è costante ed r è la distanza dal centro di forza. Scrivere la Lagrangiana e le eq. di Lagrange, e individuare gli integrali primi del moto. Mostrare inoltre come il problema possa essere portato alle quadrature.

Meccanica Analitica

Ⓐ

Corso di Laurea in Fisica

Appello dell'8 gennaio 2010 - A.A. 2009/2010

---

1) Un corpo puntiforme di massa m si muove nel piano sotto l'azione di una energia potenziale $U = -\frac{K}{r}$, dove K è una costante ed r è la distanza dall'origine. Individuare gli integrali primi del moto, e scrivere l'equazione di Hamilton-Jacobi per il sistema.

2) 

Un sistema è costituito da due masse collegate fra di loro da una molla di costante elastica K.

Ciascuna massa può muoversi soltanto lungo la congiungente tra le due masse. Scrivere la Lagrangiana, le eq. di Lagrange, e individuare il valore della pulsazione delle oscillazioni.

Meccanica Analitica

Corso di Laurea in Fisica

B

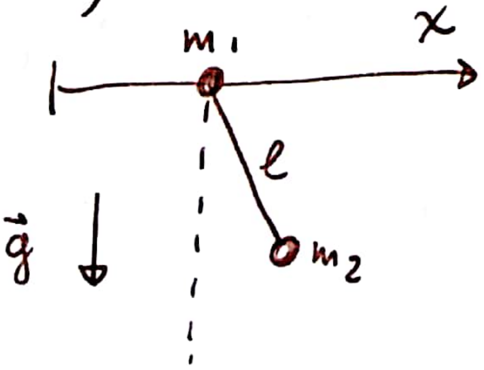
Appello dell'8 gennaio 2010 - A. A. 2009/2010

1) Un corpo di massa m si muove sotto l'azione della seguente energia potenziale:

$$U = -q\phi(x,y,z,t) + \frac{q}{c}\vec{v}\cdot\vec{A}(x,y,z,t)$$

dove q e c sono costanti, $\vec{v}$ è la velocità della particella, e $\phi(x,y,z,t)$ e $\vec{A}(x,y,z,t)$ sono funzioni assegnate. Si ricavino gli impulsi generalizzati, l'Hamiltoniana, e l'eq. di Hamilton-Jacobi del sistema.

2)



Un pendolo di massa m_2 è appeso ad una massa m_1 che può scivolare orizzontalmente senza attrito. Scrivere la Lagrangiana, le eq. di Lagrange, e trovare la pulsazione per piccole oscillazioni.

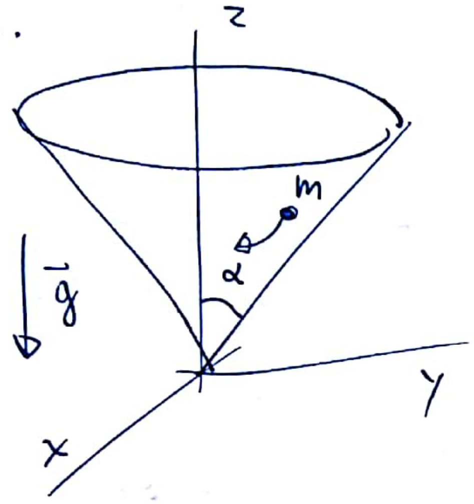
MECCANICA ANALITICA

Corso di Laurea in Fisica

Appello della Session di Recupero del Luglio 2006

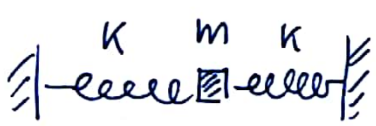
6.07.06

1.



Un corpo puntiforme di massa m si muove nel campo gravitazionale $\vec{g}$, vincolato a una superficie conica, dove α è l'angolo di apertura del cono. Utilizzando le coordinate sferiche, si scriva l'Hamiltoniana del sistema, e si individuino, tramite le eq. di Hamilton, gli integrali primi del moto.

2.



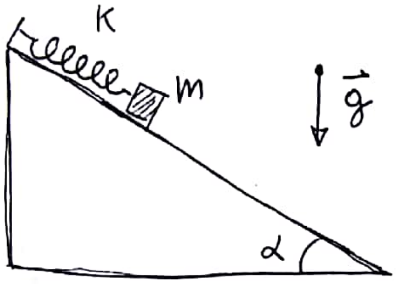
Un corpo di massa m può muoversi solo in orizzontale, ed è collegato a due molle di eguale costante elastica K, che a loro volta sono collegate a delle pareti rigide. Scrivere la Lagrangiana e le eq. di Lagrange del sistema, e risolvere le eq. del moto. Come cambierebbe la pulsazione delle oscillazioni se le due molle avessero diverse costanti elastiche?

MECCANICA ANALITICA

Corso di Laurea in Fisica

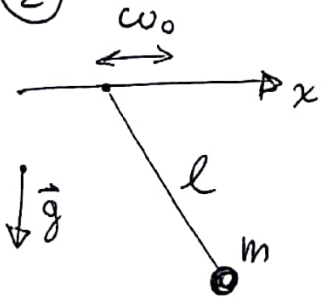
Esercitazione guidata del 7 novembre 2002

(1)



Un corpo di massa m scivola senza attrito su un piano inclinato (vedi figura). Il corpo è agganciato alla sommità del piano inclinato mediante una molla di costante elastica K, ed è soggetto alla forza peso $\vec{F} = m\vec{g}$. Scrivere la Lagrangiana, e risolvere l'equazione di Lagrange per il moto del corpo.

(2)



Un pendolo di massa m e lunghezza ℓ è vincolato a un punto di sospensione non fisso, ma che si muove lungo l'asse orizzontale secondo la legge:

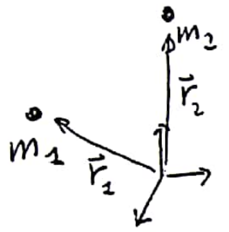
$x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$, con x_0 e ω_0 costanti,

e ω_0 in generale diversa dalla pulsazione del pendolo semplice di pari lunghezza. Scrivere la Lagrangiana e l'equazione di Lagrange di tale pendolo.

Meccanica Analitica

Prova di accertamento finale - A.A. 2001/2002
12 Dicembre 2001

① Due corpi liberi interagiscono mediante un potenziale Coulombiano dato da $U(r) = -\alpha/r$, con r la distanza relativa. Considerando il problema nel piano, scrivere l'Hamiltoniana e le equazioni di Hamilton del sistema. Introducendo l'energia potenziale efficace, si traccino le traiettorie di fase nel piano delle fasi per i diversi tipi di moto (facoltativo).

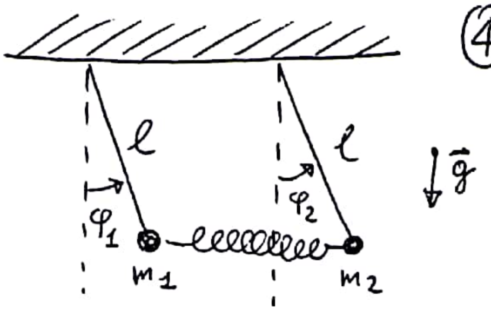


② Data la seguente Lagrangiana, dove $\vec{v}$ è la velocità, $\phi(x,y,z,t)$ una funzione scalare, $\vec{A}(x,y,z,t)$ una funzione vettoriale e "c" e "q" delle costanti,

$$L = \frac{1}{2} m v^2 - q\phi + \frac{q}{c}\vec{v}\cdot\vec{A}$$

individuare gli impulsi generalizzati e scrivere l'Hamiltoniana corrispondente.

③ Si mostri come la conservazione dell'energia totale discenda dalla omogeneità del tempo. Si faccia almeno un esempio di un sistema Lagrangiano che non conserva l'energia.



④ Due pendoli uguali sono accoppiati mediante una molla di costante elastica K e lunghezza di riposo uguale alla distanza tra i punti di sospensione dei pendoli. Si scrivano le eq. di Hamilton del sistema.