

# Tecniche di misura per la caratterizzazione dei materiali: considerazioni generali

Prof. Ezio Puppini  
Politecnico Milano

## Introduzione

Moltissime sono le tecniche sperimentali utilizzate nello studio dei materiali. Anche se non è possibile catalogarle in modo sistematico è tuttavia possibile e utile suddividerle in alcune categorie principali, facendo riferimento al tipo di informazione che esse sono in grado di fornire e alla natura dei fenomeni fisici su cui si basano.

## 1. Tecniche di indagine strutturale

Un qualsiasi materiale è costituito da atomi a stretto contatto gli uni con gli altri: il modo in cui questi atomi si dispongono prende il nome di “**struttura**” del materiale. Le tecniche di **indagine strutturale** si occupano per l'appunto di ricavare informazioni relative alla struttura, cioè alla posizione che gli atomi occupano all'interno del materiale.

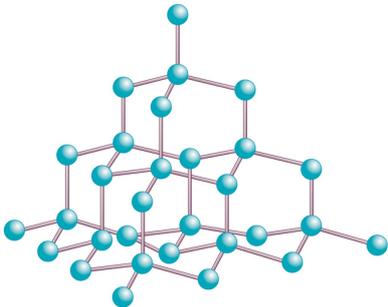


Figura 1 Aggregato di atomi di C nel reticolo cristallino del diamante

Vi sono materiali nei quali gli atomi sono disposti in modo ordinato: si tratta dei “**cristalli**” nei quali un atomo o un dato raggruppamento di atomi (la cosiddetta “cella elementare”) si ripete periodicamente nello spazio dando luogo a un “reticolo” cristallino. Si tratta dei materiali meglio conosciuti perché la periodicità rende possibile semplificare enormemente il problema dello studio delle proprietà di queste strutture (anche se rimane comunque molto complicato).

È difficile avere a che fare con pezzi macroscopici di materiali perfettamente cristallini (il cristallo inteso come un particolare tipo di vetro ha una struttura che non ha nulla a che vedere con quella dei cristalli, o reticoli cristallini, di cui stiamo parlando). La ragione, intuibile, è che stabilire un ordine perfetto risulta più difficile al crescere delle dimensioni della zona ordinata. Per questo motivo in moltissimi materiali si osserva un perfetto ordinamento cristallino solo su distanza relativamente piccole anche se macroscopiche (tipicamente alcuni micron). I campioni macroscopici di questi materiali, detti **policristalli**, sono costituiti da un insieme di tanti piccoli cristalli orientati in modo diverso e uniti fra loro a formare l'oggetto completo. È questo ad

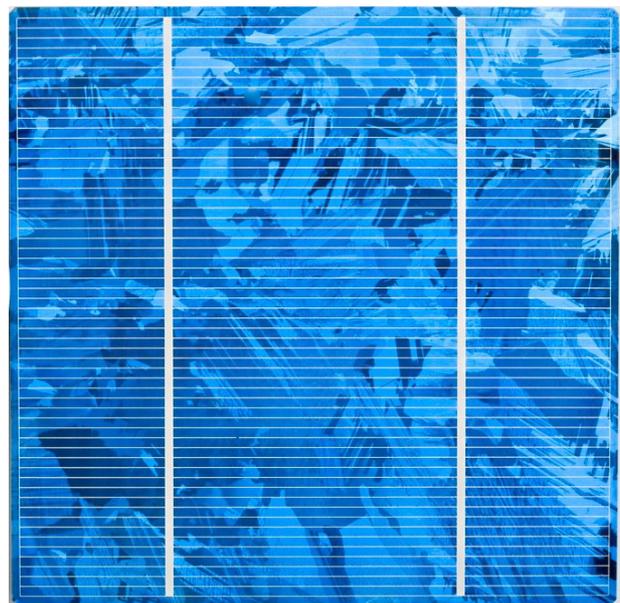
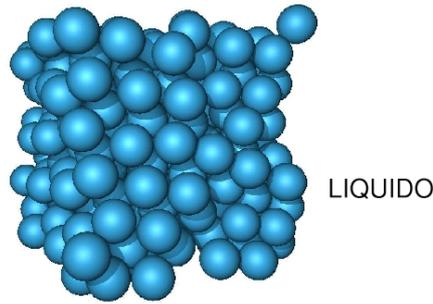


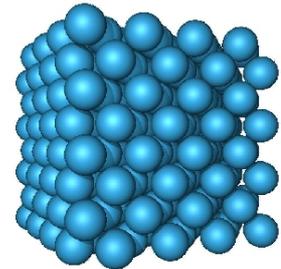
Figura 2 - Policristallo di silicio in una cella fotovoltaica

esempio il caso di molti metalli.

Vi sono poi materiali nei quali non si ha alcun tipo di ordine: un esempio evidente è il caso dei **liquidi**, nei quali le molecole costituenti si muovono continuamente e non ha più senso parlare di una loro posizione, al più si può parlare della posizione mediamente occupata dalle altre molecole intorno a una assunta come riferimento. Vi sono anche molti materiali solidi nei quali non si ha un ordine definito, e un importante esempio sono i **vetri** (compresi i “cristalli”, come detto in precedenza). Per la precisione un



SOLIDO



vetro non è propriamente un solido ma è meglio considerarlo come un liquido con una viscosità estremamente elevata. Vi sono poi dei solidi a tutti gli effetti che non hanno una struttura definita, e in questi casi si parla di materiali “**amorfi**”. Per visualizzare la struttura di una materiale amorfo proviamo a pensare di prendere un cristallo perfetto e di spostare, in modo casuale, tutti gli atomi dalle loro posizioni di equilibrio.

Le **tecniche strutturali** si occupano di ricavare informazioni sulla struttura dei materiali: nel caso dei **cristalli** è possibile stabilire con precisione la posizione di tutti gli atomi ricostruendo così la **struttura cristallina**. Nel caso dei **liquidi** si misura di solito la cosiddetta **distribuzione “radiale”**, cioè la probabilità  $\rho(R)$  di trovare una molecola del liquido a una distanza  $R$  da una qualsiasi altra molecola. A differenza di quello che si potrebbe pensare anche nei liquidi, su distanze molto piccole, dell'ordine di alcune dimensioni molecolari, è possibile osservare una regolarità nel modo di disporsi delle molecole. Nel caso dei materiali amorfi le informazioni che interessa osservare riguardano la distribuzione statistica delle distanza fra gli atomi stessi.

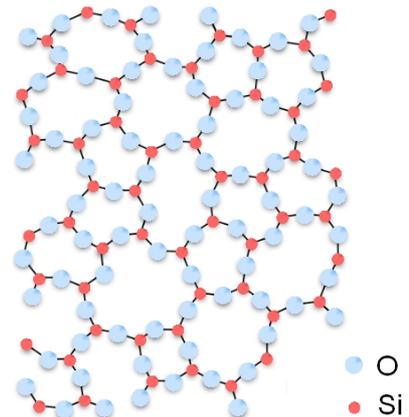


Figura 3 Rappresentazione schematica del vetro, un solido amorfo.

## 2. Tecniche spettroscopiche

Oltre che dalla struttura con cui gli atomi si dispongono, intesa nel senso del paragrafo precedente, molte delle loro proprietà macroscopiche dei materiali sono riconducibili alla distribuzione degli elettroni nello spazio ed in energia. Lo studio della cosiddetta “**struttura elettronica**” riveste quindi una grande importanza nello studio dei materiali.

Quando si parla di elettroni conviene distinguere fra gli elettroni più esterni degli atomi, quelli cioè direttamente coinvolti nella formazione del legame chimico, e quelli degli stati elettronici più interni. I primi, cosiddetti di “**valenza**”, sono quelli che subiscono i maggiori cambiamenti passando dall'atomo isolato al solido a causa della formazione dei legami e dell'ordine con cui essi sono disposti nello spazio. Gli altri, detti elettroni interni o di “**core**” (dall'inglese core, che significa parte interna di qualcosa), non vengono praticamente influenzati dalla formazione del solido non

essendo coinvolti nella formazione del legame e quindi mantengono le stesse caratteristiche che hanno nell'atomo isolato a meno di piccole variazioni della loro posizione energetica.

Quando si studiano le proprietà degli elettroni nei materiali si usa in genere il termine “**spettroscopia**”. Se si studiano gli elettroni di valenza si parla di spettroscopia di valenza, viceversa si parla di spettroscopia di core.

### 3. Come si sondano i materiali

Moltissime (anche se non tutte) le tecniche di indagine che si utilizzano nello studio dei materiali si basano sul principio di stimolare il materiale in esame per mezzo di una opportuna **sonda** costituita da un fascio di particelle (elettroni, positroni, neutroni, protoni, ioni, atomi neutri, molecole) o da

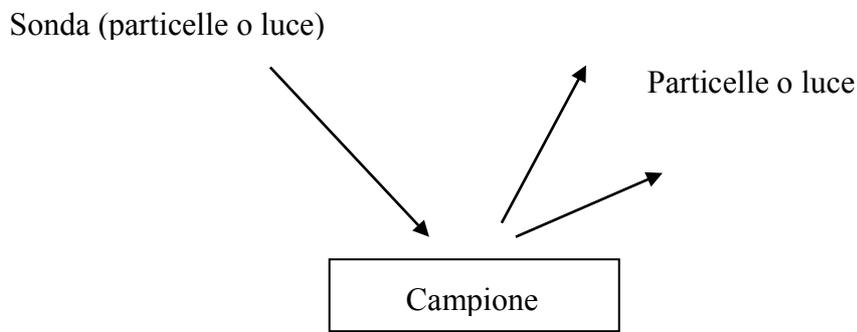


Fig. 3

radiazione elettromagnetica (IR, Vis, UV, X, gamma). In seguito a questa stimolazione il materiale riflette le particelle e/o la radiazione o ne emette altre che, opportunamente raccolte e misurate, forniscono informazione sulle proprietà del materiale stesso. Un esempio banale ma che rende meno vaga lo cosa è di pensare al modo in cui noi “vediamo” le cose. La luce (sonda) incide sul materiale, viene riflessa (particelle uscenti) e arriva allo nostro occhio dove, dopo essere stata opportunamente deviata, forma un'immagine sulla retina.



Le particelle utilizzate possono essere le più svariate ed esiste un numero enorme di tecniche di misura basata sull'uso combinato di esse. Nel seguito ci occuperemo quasi esclusivamente di alcune tecniche di misura basata sull'impiego di radiazione elettromagnetica ed elettroni (utilizzati sia come sonda che come “segnale” uscente).

## 4. Natura relativistica di fotoni e particelle materiali

Le particelle che si utilizzano nello studio dei mezzi materiali danno luogo a fenomeni che, per essere compresi, richiedono l'impiego della teoria della relatività ristretta e della meccanica quantistica. Cominciamo con il mettere in luce gli aspetti relativistici del comportamento delle particelle.

Un primo importante aspetto è il legame tra la velocità  $v$  (o la quantità di moto  $p = mv$ ) e l'energia delle particelle. Vi sono due concetti della fisica classica che rimangono validi anche in ambito relativistico. Uno è che è possibile definire la **forza come la derivata della quantità di moto rispetto al tempo**:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

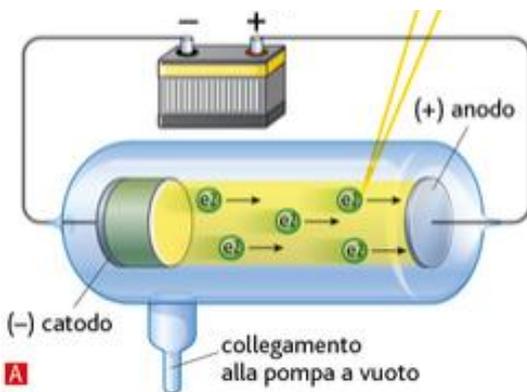
L'altro è la definizione di energia cinetica come ce la fornisce il **teorema delle forze vive**: una particella sottoposta all'azione di una forza subisce una variazione nella sua energia cinetica pari al lavoro compiuto dalla forza stessa. Nel caso classico possiamo scrivere che la variazione di energia cinetica è pari a:

$$\Delta K = \int_{x_i}^{x_f} F dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} dx = \int_{v_i}^{v_f} m \frac{dx}{dt} dv = \int_{v_i}^{v_f} m v dv = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$K$  è l'energia cinetica,  $i$  e  $f$  si riferiscono alla situazione iniziale e finale. Se acceleriamo una particella inizialmente ferma, la sua energia cinetica risulta essere:

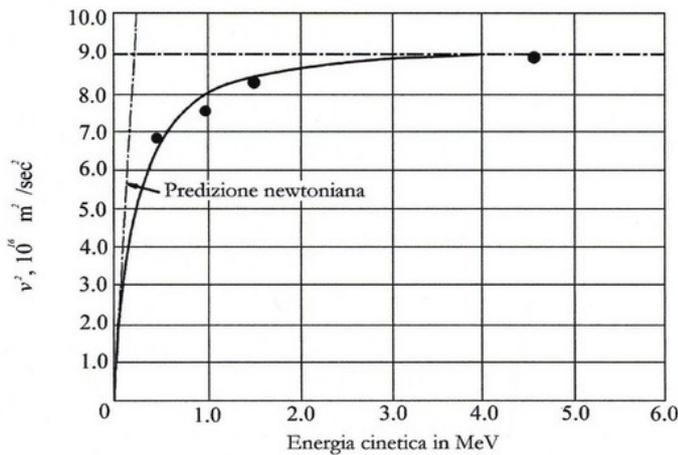
$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$$

E' facile pensare a un esperimento che porti a verificare sperimentalmente questa relazione. Per esempio, si può fornire energia potenziale  $U = m \cdot g \cdot h$  alla particella facendola cadere da una quota  $h$ , e poi misurare la velocità che ha acquistato toccando terra. Se poi si traccia un grafico dei valori di  $U$  ottenuti in funzione di  $v$  si ottiene una parabola.



Si pensi invece a un analogo esperimento con degli elettroni. Si fornisca loro energia elettricamente, accelerandoli attraverso un potenziale  $V$ . Gli elettroni acquistano in questo modo un'energia  $K = eV$ . Si può poi misurare la velocità di questi elettroni e raccogliere i punti sperimentali  $K - v$  in un grafico. Il risultato che si ottiene è molto diverso da quello precedente. Per valori bassi di  $v$  tutto torna con quello che si è visto per il caso classico. All'aumentare dell'energia fornita tuttavia la velocità non aumenta come nel caso classico, ma si osserva un progressivo diminuire dell'accelerazione,

come se l'efficacia della forza agente diminuisse man mano che la velocità aumenta. Addirittura, si osserva che il grafico  $K - v$  presenta un asintoto verticale in corrispondenza di un valore ben preciso della velocità, che è pari a 300000 km/s, proprio il valore della velocità della luce. Non è un caso, è una conferma del fatto che niente può andare più veloce della luce, compresi gli elettroni



(nelle macchine acceleratrici, dove agli elettroni vengono fornite energie molto grandi, le velocità sono quasi esattamente pari a quella della luce, qualsiasi sia l'energia fornita).

Per comprendere lo strano comportamento degli elettroni devo supporre che, come detto prima, l'efficacia della forza diminuisca al crescere della velocità. L'efficacia della forza si manifesta tramite l'accelerazione che imprime, e quindi dire che la forza perde efficacia è equivalente a

dire che la massa aumenta all'aumentare della velocità. Per la precisione, si può assumere che la massa aumenti secondo questa formula:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$m$  è la massa alla velocità  $v$ ,  $m_0$  la cosiddetta "massa a riposo", quando la particella è ferma,  $c$  è la velocità della luce nel vuoto. Questa relazione derivata nell'ambito della relatività ristretta e che prendiamo per data, è dedotta partendo dall'ipotesi dell'invarianza delle leggi fisiche, compresa quella che dice che la velocità della luce è la stessa per tutti gli osservatori in moto.

Se calcolo  $\Delta K$ , come fatto prima, devo tenere conto del fatto che  $m = m(v)$ . La forza quindi assume un'espressione di questo tipo:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} + v \frac{dm}{dt}$$

Facendo qualche conto si ricava che l'espressione più appropriata per l'energia cinetica in regime relativistico è:

$$K = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2$$

Questa formula rende conto perfettamente delle osservazioni sperimentali. In condizioni non relativistiche ( $v \ll c$ ), tale formula si riduce a quella della meccanica classica. In particolare, il fatto che  $v$  non può essere maggiore di  $c$  si traduce nell'osservazione che quando  $v$  tende a  $c$  l'energia tende a infinito.

Una delle conseguenze più incredibili della formula precedente la si comprende riscrivendola in questo modo:

$$K + m_0c^2 = mc^2$$

Questa formula ci dice che una particella di massa  $m$  possiede un'energia totale che è sempre la stessa, cioè è  $mc^2$ . Questa energia è la somma di due termini, l'energia cinetica e l'energia a riposo. Quando la particella è ferma la sua energia è comunque maggiore di zero, ed è pari a  $m_0c^2$ . E volendo la si può convertire in energia, anche tutta, come avviene ad esempio nel fenomeno dell'annichilazione dei positroni.

L'energia della particella può anche essere scritta in funzione del momento  $p$ :

$$E^2 = c^2p^2 + m_0^2c^4$$

Questa è l'espressione corretta da un punto di vista relativistico. Nel caso delle particelle di massa zero come i fotoni questa relazione si semplifica:

$$E = cp$$

Questo risultato, qui dedotto dalla teoria della relatività, si può anche ricavare dalle equazioni di Maxwell (che sono relativisticamente corrette). È interessante osservare che questa relazione vale anche per particelle dotate di massa nel cosiddetto limite "ultrarelativistico", quando l'energia delle particelle è molto maggiore di quella a riposo.

## Natura quantistica di fotoni e particelle materiali

Le particelle utilizzate per studiare i mezzi materiali obbediscono alle regole della meccanica quantistica. La loro natura perciò è duale, nel senso che le particelle possono essere considerate a volte come dei corpuscoli a volte come delle onde. Questo vale tanto per le onde elettromagnetiche, la cui versione corpuscolare sono i fotoni, e anche per gli elettroni, la cui versione ondulatoria sono le onde associate di De Broglie (che ci sono anche per tutte le altre particelle, compresi gli atomi e le molecole).

La differenza principale tra i fotoni e le altre particelle è che sono privi di massa, e questo comporta una differenza nelle leggi che mettono in relazione la proprietà corpuscolari con quelle ondulatorie. Cominciamo con i fotoni per i quali si sa che sono le “particelle” di luce che posseggono un’energia  $E$  che dipende dalla frequenza  $\nu$  in base alla relazione di Plank:

$$E = h\nu$$

Posso poi ricavare la relazione che lega il momento dei fotoni alla loro lunghezza d’onda  $\lambda$  ricordando che  $\nu\lambda = c$  e il fatto che  $E = pc$ :

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = pc \quad \rightarrow \quad p = \frac{h}{\lambda}$$

Queste relazioni si possono anche scrivere nei termini della pulsazione  $\omega = 2\pi\nu$  e del numero d’onda  $k = 2\pi / \lambda$ :

$$E = \hbar\omega, p = \hbar k$$

Dove  $\hbar = h / 2\pi$  (h-bar).

L’ipotesi di De Broglie fu proprio che queste relazioni debbano valere sia per i fotoni che per le particelle materiali. Nel caso di fotoni ed elettroni quindi abbiamo che:

### Fotoni

Aspetto ondulatorio

$\lambda$  = lunghezza d’onda

$\nu$  = frequenza

$c$  = velocità di propagazione =  $3 \times 10^8$  m/s (in vuoto)

$$\lambda\nu = c$$

Aspetto corpuscolare. Gli esperimenti dicono che gli scambi di energia della radiazione elettromagnetica sono multipli della sua frequenza (ipotesi di Plank, spiegazione di Einstein dell’effetto fotoelettrico):

$$E = \text{energia di un fotone} = h \nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (h = \text{costante di Planck} = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js} = 4.13 \times 10^{-15} \text{ eVs})$$

Il fotone ha massa zero e quindi, dalla formula relativistica, si ricava la nota relazione tra energia e momento di un'onda elettromagnetica:  $E = cp$ , da cui:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

si ricava immediatamente il legame tra la lunghezza d'onda  $\lambda$  del fotone e la sua energia  $E$ :  $\lambda = \frac{hc}{E}$

Se si esprime l'energia in KeV e la lunghezza d'onda in Å ( $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m}$ ) si ha:

$$\lambda(\text{Å}) = \frac{12.4}{E(\text{KeV})}$$

## Elettroni

$E = \text{energia dell'elettrone}$   
 $p = \text{quantità di moto dell'elettrone}$

$$E = \frac{p^2}{2m}, \quad m = \text{massa dell'elettrone} = 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

(Questa è la relazione classica tra energia e momento di una particella, se si parte da quella relativistica e si fa uno sviluppo in serie,  $p^2/2m$  è il primo termine.)

$$\lambda = \text{lunghezza d'onda di De Broglie dell'elettrone} = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Se si esprime l'energia in eV e la lunghezza d'onda in Å si ha:

$$\lambda(\text{Å}) = \frac{12}{\sqrt{E(\text{eV})}}$$

Se si considerano altre particelle materiali (che sono diverse perché diversa è la loro massa) vale sempre la relazione precedente ma con coefficienti numerici diversi. Nel caso dei neutroni ad esempio, molto più pesanti degli elettroni, nella formula precedente al posto del 12 si ha 0.28.

## **Il ruolo della lunghezza d'onda: microscopia e diffrazione**

Quando si manda un'onda (elettromagnetica o elettronica) a incidere su qualcosa, per capire quello che succede bisogna distinguere due distinte situazioni:

1) La lunghezza d'onda è molto minore delle dimensioni caratteristiche degli oggetti sulla quale viene inviata. Pensiamo ad esempio di mandare un'onda a incidere su una fenditura circolare. Se il diametro  $D$  della fenditura è molto maggiore della lunghezza d'onda  $\lambda$  ( $\lambda \ll D$ ), dopo la fenditura si ha una propagazione del tipo mostrato nella figura 2:

La propagazione delle onde, in questa situazione fisica, è ben descritta nei termini dell'ottica geometrica basata sul concetto di raggio. Su uno schermo posto dopo la fenditura si forma un'immagine che riproduce esattamente la fenditura stessa. Quando si è in questo regime quindi è possibile fare della microscopia, cioè è possibile creare delle immagini degli oggetti in esame. Quando si studia una struttura osservandone le immagini si dice che la si sta studiando nello spazio "reale".

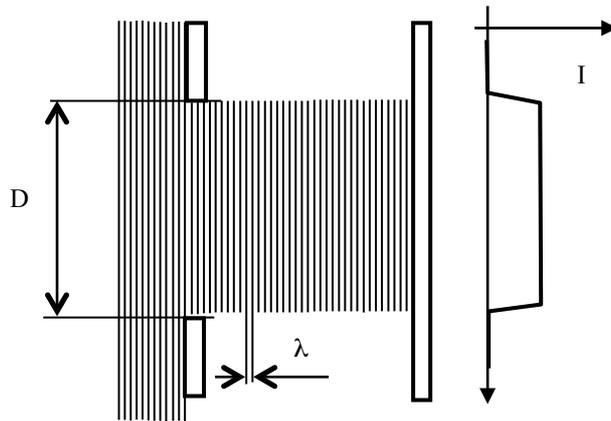


Fig. 2

2) La lunghezza d'onda è confrontabile con il diametro della fenditura. In questo caso diventa rilevante il fenomeno della diffrazione e le onde non si propagano più come raggi ma pervadono tutto lo spazio e l'immagine sullo schermo non riproduce più quella della fenditura. Si forma invece una figura di diffrazione come mostra schematicamente la figura 3. Questa figura di diffrazione ha un'apertura angolare  $\theta$  che dipende dal rapporto tra  $D$  e  $\lambda$ :

$$\theta \propto \frac{\lambda}{D}$$

3) La lunghezza d'onda è molto maggiore delle dimensioni caratteristiche. In questo caso gli effetti che si verificano vengono mediati.

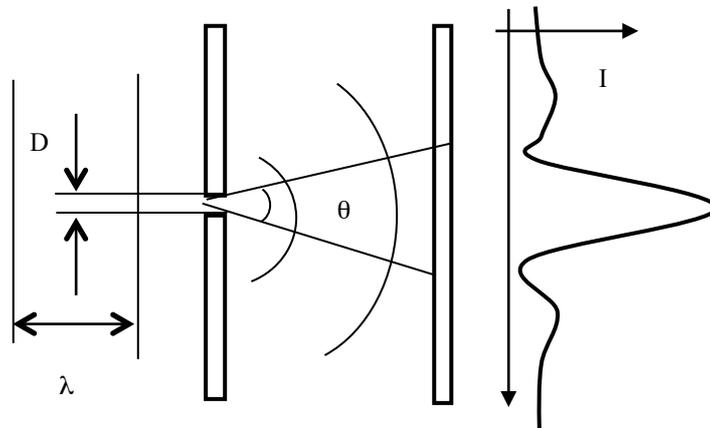


Fig. 3

Se invece di una singola fenditura si considerano ad esempio una serie di molte fenditure parallele, oppure un reticolo costituito da molti fori disposti in modo regolare, si produce una figura di diffrazione che contiene tutte le informazioni necessarie per ricostruire l'immagine reale del sistema su cui ha inciso l'onda. Bisogna però intervenire sull'immagine di diffrazione per ricostruire quella reale, e il modo di effettuare questa operazione ce lo fornisce la teoria della diffrazione. Quando si studiano le strutture utilizzando i metodi diffrattivi si dice che le si sta osservando nello spazio "reciproco". Questo perché nello studio delle strutture cristalline conviene introdurre il concetto di reticolo reciproco, un concetto abbastanza astratto ma molto potente.

## Il teorema dell'emittanza

Consideriamo un fascio di particelle che si stanno propagando. Le particelle si muovono tutte lungo la stessa direzione e il fascio ha una sezione di area  $A$ . Supponiamo di voler ridurre la dimensione laterale del fascio creando un fascio di particelle che si muovono parallelamente fra loro ma su un'area  $A'$  più piccola. Per esempio, consideriamo un fascio di fotoni e che, per ridurre la dimensione della sua sezione, lo facciamo passare attraverso una semplice lente convergente. In questo modo il fascio di particelle viene effettivamente ristretto ma ad un prezzo: dopo la lente le particelle non si muovono più tutte nella stessa direzione, ma convergono sul "fuoco" della lente lungo direzioni diverse. In altre parole, mentre prima la distribuzione di probabilità di osservare una particella lungo una data direzione era una delta (o quasi), dopo il foccheggiamento questa distribuzione di probabilità si è allargata. Viceversa, la probabilità di osservare la particella in una certa posizione è più larga prima del foccheggiamento, come ovvio.

Detto in altri termini, esiste una sorta di "principio di indeterminazione" in base al quale se ho un fascio largo posso definire con precisione l'angolo di propagazione, mentre se ho un fascio piccolo, perdo la collimazione. Questa proprietà è del tutto generale e vale per tutti i fasci di particelle, siano esse fotoni, elettroni o quant'altro. Si noti bene che il fatto può essere compreso considerando il fascio come costituito da particelle senza dover tener conto del loro aspetto ondulatorio (la divergenza dei fasci dovuta alla diffrazione delle onde che li costituiscono è un altro fenomeno).

Questa proprietà di propagazione dei fasci è nota sia a chi si occupa di ottica sia a chi si occupa di fasci di particelle come ad esempio gli elettroni. Nei diversi contesti si utilizza una terminologia diversa. Quando si ha a che fare con fasci di elettroni (come ad esempio nelle macchine acceleratrici) si parla di “teorema dell'emittanza”. L'emittanza di un fascio è il volume da esso occupato nello spazio delle fasi. Il teorema di Liouville (punto di partenza della meccanica statistica) afferma che l'evoluzione di un sistema costituito da molte particelle può essere visto, nello spazio delle fasi, come il moto di un fluido incompressibile nel corso del quale le porzioni di spazio occupato cambiano forma ma preservano il volume. Una conseguenza è che l'emittanza, cioè il volume occupato dal fascio di particelle, non cambia. Nel caso di particelle lo spazio delle fasi è costituito dalle posizioni  $\mathbf{r}_i$  e dai momenti  $\mathbf{p}_i$  e il volume occupato è il prodotto delle ampiezze delle distribuzioni di queste coordinate,  $\Delta \mathbf{r}_i \times \Delta \mathbf{p}_i$ . Se si suppone che tutti i momenti  $\mathbf{p}_i$  abbiano lo stesso modulo, allora l'allargamento della distribuzione dei momenti rappresenta l'allargamento della direzione di propagazione delle particelle. Da cui il significato fisico che il prodotto della sezione del fascio per la sua divergenza deve rimanere costante.

Il teorema dell'emittanza (teorema perché lo si ricava dal teorema di Liouville) è stato anche interpretato in altri termini. Per esempio, è possibile dimostrare che esso è una diretta conseguenza del secondo principio della termodinamica. Addirittura, si può dimostrare il secondo principio partendo dall'assunzione che l'emittanza di un fascio non può diminuire.

Una possibile obiezione potrebbe essere questa: se ho un fascio di particelle parallele e voglio un fascio, ancora parallelo, ma più piccolo, è sufficiente mettere un'apertura (uno schermo con un foro) che riduca le dimensioni del fascio. In questo modo si ha un'apparente violazione del teorema dell'emittanza. La violazione però è solo apparente. In questo modo infatti ottengo un fascio parallelo di dimensioni ridotte pagando il prezzo di ridurre l'intensità. Un po' come l'entropia: è certamente possibile far diminuire l'entropia di un sistema fisico (altrimenti non esisterebbero i frigoriferi), ma la cosa ha un costo energetico e comunque, l'entropia dell'intero universo aumenta inevitabilmente.

## La propagazione di un fascio di particelle in un mezzo materiale

Consideriamo un fascio di particelle che, come nella figura 4, si muovono da sinistra verso destra. Nel punto  $x$  il numero di particelle del fascio è pari a  $N(x)$ . Dopo aver attraversato uno spessore  $dx$  di materiale non tutte le particelle sono riuscite a passare perché alcune di esse sono andate a urtare contro gli ostacoli mostrati nella figura (nella parte destra si vedono questi ostacoli frontalmente). Questi ostacoli costituiscono dei centri di “scattering” o “diffusione” per le particelle. Supponiamo che vi siano  $n$  di questi centri per unità di volume del materiale. Se facciamo riferimento a una superficie  $A$  la probabilità  $P$  che una particella incidente su  $A$  non attraversi lo spessore infinitesimo  $dx$  è pari al rapporto tra la superficie occupata dai centri di diffusione e l'area  $A$ :

$$P = \frac{\text{Superficie occupata dai centri di diffusione}}{\text{Superficie totale } A}$$

La superficie occupata dai centri di diffusione è data dal numero di questi nel parallelepipedo di base  $A$  e di altezza  $dx$  moltiplicato per la superficie  $s$  di ciascuno di essi:

$$\text{superficie occupata dai centri di diffusione} = \sigma n A dx$$

dove  $n$  indica il numero di centri di diffusione per unità di volume. In questo modo:

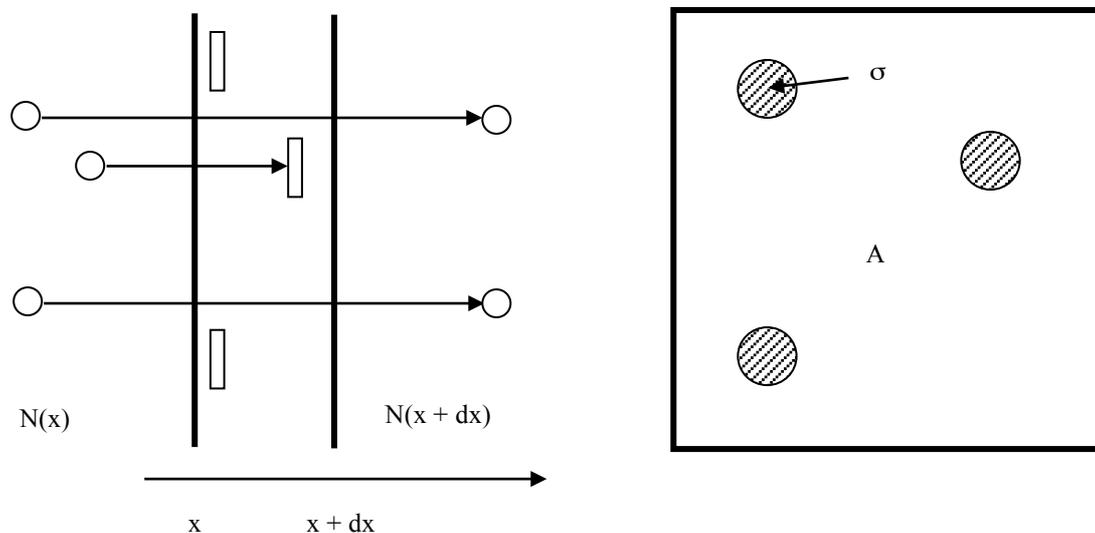


Fig. 4

$$P = \frac{\sigma n A dx}{A} = \sigma n dx$$

Se  $N$  è il numero di particelle incidenti, il numero  $dN = N(x + dx) - N(x)$  di quelle che urtano contro i centri di diffusione è pari a  $PN$ , e quindi:

$$dN = -PN = -n\sigma dx$$

Il segno meno rende conto del fatto che il numero di particelle diminuisce muovendosi verso destra. Si può scrivere la relazione in questo modo:

$$\frac{dN}{N} = -n\sigma dx$$

Integrando entrambi i membri fra  $x = 0$  (dove si assume che  $N = N_0$ ) e passando dal logaritmo all'esponenziale si ricava la legge di Lambert – Beer:

$$N = N_0 e^{-n\sigma x}$$

L'area  $\sigma$  prende il nome di “sezione d'urto”. Il prodotto  $n\sigma$  prende invece il nome di “coefficiente di assorbimento” e si indica con la lettera  $\mu$ :

$$N = N_0 e^{-\mu x}$$

La legge di Lambert si trova anche scritta in questo modo, utilizzando l'inverso del coefficiente di assorbimento, il “libero cammino medio”  $\lambda = 1 / \mu$ .

$$N = N_0 e^{-x/\lambda}$$

Nel ricavare la legge di Lambert abbiamo schematizzato il fenomeno di scattering come l'urto fra le particelle in moto e degli ostacoli contro i quali possono urtare. In seguito all'urto la particella è considerata persa dal fascio. Nella realtà i fenomeni fisici che si verificano quando un fascio di fotoni o di elettroni si muove in un mezzo materiale sono molti, assai diversi fra loro e in generale interpretabili solo in termini della meccanica quantistica. Le grandezze sopra definite però continuano a essere utilizzate anche se il loro calcolo teorico non si riduce al semplice rapporto di due aree come nel caso precedente.

## Lo spettro elettromagnetico

Le equazioni di Maxwell ci dicono che possono esistere onde elettromagnetiche di qualsiasi lunghezza d'onda (oppure di tutte le frequenze). In effetti è proprio così: nell'ambito dei fenomeni naturali o in seguito a esperienze appositamente realizzate, è stato possibile osservare e produrre onde elettromagnetiche in un amplissimo intervallo di lunghezza d'onda (frequenza). L'insieme di tutte queste onde viene chiamato "spettro elettromagnetico". I fenomeni fisici coinvolti nella generazione e nell'osservazione di tutte queste onde sono innumerevoli e per ciascun intervallo dello spettro si sono sviluppate branche specifiche della scienza e della tecnologia. Senza troppe pretese faremo ora una panoramica dello spettro elettromagnetico visitandone le regioni di lunghezza d'onda progressivamente decrescente. Nel descrivere ciascuna delle regioni dello spettro elettromagnetico cercheremo di evidenziare le più importanti applicazioni di quel tipo di onde, illustrando i principi fisici che si utilizzano per generarle.

Per quanto riguarda quest'ultimo aspetto, pur essendo numerosissime le modalità di generazione, tutte hanno in comune un aspetto, che già conosciamo: per produrre onde elettromagnetiche è necessario accelerare delle cariche elettriche. Tipicamente, per produrre onde in modo continuo è necessario far oscillare periodicamente le cariche elettriche, come nel caso del piano di carica discusso in precedenza. Si deve cioè disporre, per ciascun intervallo di frequenze, di un opportuno oscillatore di carica. Lo studio dell'oscillatore armonico meccanico ci ha insegnato che la frequenza di oscillazione dipende dalla rigidità della molla. Nel caso delle cariche elettriche, per generare onde di frequenza crescente, si devono utilizzare oscillatori sempre più rigidi e questo, come vedremo, significa usare oscillatori sempre più piccoli.

### Le onde radio

Il termine "onde radio" comprende una vastissima regione dello spettro, nella quale vengono incluse tutte le onde elettromagnetiche la cui lunghezza d'onda è superiore ad alcuni metri. Trattandosi di uno spettro così ampio la tecnologia ha coniato molti termini specifici per suddividere in modo più fine le onde radio in base alla loro lunghezza d'onda: onde lunghe, onde medie, onde corte, eccetera. In generale, queste onde trovano la loro applicazione nella trasmissione dei segnali radio. Per fare un esempio, le normali stazioni radio FM trasmettono i loro segnali utilizzando onde elettromagnetiche ad una frequenza intorno a 100 MHz (1 Megahertz =  $10^6$  Hz) cui corrisponde una lunghezza d'onda di circa 3 m.

Per generare le onde radio si utilizzano circuiti elettronici che fanno oscillare le cariche libere in un conduttore (l'antenna trasmittente) alla frequenza desiderata. A loro volta, le onde emesse mettono in oscillazione le cariche presenti all'interno dell'antenna ricevente, anch'essa un conduttore.

Queste oscillazioni pilotano un ulteriore circuito elettronico che amplifica l'intensità del segnale raccolto dall'antenna e lo trasforma, nel caso della radio, in un segnale audio.

### Le microonde

Le microonde sono caratterizzate da una lunghezza d'onda che va da pochi metri a pochi millimetri. Questa regione dello spettro è diventata importante durante la seconda guerra mondiale, quando venne sviluppato il radar, un dispositivo in cui le microonde vengono emesse da un'antenna per poi essere riflesse dall'oggetto di cui si vuole rilevare la presenza, ad esempio un aereo o una nave. Misurando il tempo trascorso dall'emissione delle microonde al momento in cui le onde riflesse tornano al punto di partenza (dove è installata anche l'antenna ricevente), è possibile stabilire la distanza dell'oggetto che ha prodotto la riflessione.

Le frequenze delle microonde sono in genere molto elevate: si consideri, ad esempio, che un'onda di 3 mm ha una frequenza di 100 GHz (1 Gigahertz =  $10^9$  Hz). Attualmente i dispositivi elettronici sono in grado di operare normalmente fino a frequenze dell'ordine di alcune decine di GHz e quindi le frequenze delle microonde si collocano al limite superiore delle loro possibilità. Un esempio di apparecchiatura elettronica di largo consumo che sfrutta le microonde sono i telefoni cellulari, che operano a frequenze di 1.8 GHz. Il panorama delle applicazioni delle microonde è comunque destinato ad aumentare grazie al rapido sviluppo dei dispositivi elettronici.

Per la generazione delle microonde, soprattutto per segnali di una certa potenza, il metodo più utilizzato si basa sull'impiego di apposite valvole nelle quali gli elettroni emessi da un filamento vengono fatti oscillare in vuoto. Uno di questi dispositivi è il klystron, che viene utilizzato nei comuni forni a microonde dove la frequenza generata è di 2.45 GHz.

### L'infrarosso

Per "radiazione infrarossa" si intendono le onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda compresa fra alcuni millimetri e alcuni micron ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6}$  m). Per generare onde di questo tipo non è possibile utilizzare, allo stato attuale della tecnologia, circuiti elettronici, perché le frequenze in gioco sono troppo elevate. Si devono quindi sfruttare i dispositivi già esistenti in natura, nei quali le cariche elettriche oscillano spontaneamente alle frequenze desiderate. Un esempio di sistema oscillante la cui frequenza di risonanza si trova in questa regione dello spettro elettromagnetico è costituito dalle molecole. Consideriamo ad esempio la molecole dell'anidride carbonica, che contiene un atomo di carbonio al quale sono legati due atomi di ossigeno. I tre atomi sono allineati fra loro, con l'atomo di carbonio in posizione centrale. Gli atomi di ossigeno possono vibrare, proprio come delle molle, intorno alla loro posizione di equilibrio. La frequenza di oscillazione connessa con le vibrazioni della molecola di anidride carbonica è tale per cui quando gli atomi (costituiti da particelle cariche) oscillano, vengono emesse onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda pari a circa  $10 \mu\text{m}$ . È su questo fenomeno fisico che si basa la produzione di luce infrarossa nei LASER a  $\text{CO}_2$  comunemente utilizzati nell'industria per il taglio dei metalli.

Le vibrazioni degli atomi che costituiscono la materia sono quindi responsabili dell'emissione di onde elettromagnetiche di tipo infrarosso. Quando si parla di vibrazioni atomiche è immediato pensare all'agitazione termica degli atomi. A temperatura ambiente (circa 300 K) sappiamo che gli atomi nella materia si trovano in uno stato di continua agitazione e, trattandosi di cariche in movimento, per quanto affermato in precedenza è lecito attendersi che a queste vibrazioni sia associata la generazione di onde elettromagnetiche nella regione dell'infrarosso. In effetti questo è

proprio ciò che si verifica: tutti i corpi emettono radiazione elettromagnetica a una lunghezza d'onda che dipende dalla temperatura. Per temperature relativamente basse, la maggior parte della radiazione emessa è di tipo infrarosso. Questo è per esempio il caso degli organismi viventi a sangue caldo, che si trovano a una temperatura superiore rispetto all'ambiente in cui si muovono. Questa differenza di temperatura fa sì che gli organismi viventi, per esempio gli esseri umani, emettano una maggiore quantità di radiazione infrarossa rispetto all'ambiente circostante. Questo fenomeno fisico viene sfruttato nei sistemi di sorveglianza con i quali, utilizzando delle particolari telecamere sensibili alla radiazione infrarossa, è possibile visualizzare l'immagine di persone o animali anche di notte, in assenza di luce visibile.

### La luce visibile

Le onde elettromagnetiche la cui lunghezza d'onda è compresa fra  $0.8 \mu\text{m}$  e  $0.4 \mu\text{m}$  hanno un ruolo molto, ma molto importante nella nostra esistenza. Infatti, nonostante si tratti di un intervallo così piccolo dello spettro elettromagnetico, al suo interno ritroviamo tutto ciò che, nel linguaggio comune, è conosciuto come "luce". La visione, il nostro principale canale di comunicazione con la realtà, funziona perché le onde di questa specialissima regione dello spettro possono essere rivelate con incredibile efficienza da quel capolavoro di ingegneria che è l'occhio. Le straordinarie possibilità di questo sensore risultano evidenti in base a due diverse considerazioni.

Innanzitutto la sua sensibilità. L'occhio umano è in grado di rivelare segnali di luce debolissimi e, allo stesso tempo, di vedere correttamente in condizioni di forte illuminazione, come ad esempio accade in pieno giorno. L'altro aspetto è la sensibilità dell'occhio umano alla lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica nello spettro del visibile. L'enorme varietà di colori che il nostro occhio è in grado di percepire ne è una prova (a parte il caso dei daltonici come l'autore di questo testo). Il colore infatti dipende dalla lunghezza d'onda della luce. Scorrendo l'intervallo di lunghezze d'onda della luce visibile, partendo da quelle maggiori, si passa dal rosso, al verde, al giallo, al blu.

La frequenza della luce visibile è dell'ordine di  $10^{15}$  Hz. Gli elettroni esterni degli atomi possono oscillare a queste frequenze, e infatti la luce visibile viene di solito generata in questo modo. Anche l'agitazione termica delle cariche di cui sono costituiti gli atomi può dar luogo all'emissione di luce visibile e, al crescere della temperatura, diminuisce la lunghezza d'onda delle onde elettromagnetiche emesse. A temperatura ambiente, come visto in precedenza, si osserva emissione di luce infrarossa. A temperature dell'ordine di 1000 K si osserva l'emissione di luce visibile. Un esempio di questo tipo di emissione ce lo forniscono i corpi incandescenti, per esempio un pezzo di metallo arroventato sul fuoco. Per temperature ancora più elevate la lunghezza d'onda della luce emessa diminuisce ulteriormente. A una temperatura di 6000 K la luce emessa appare al nostro occhio bianca, anche se in realtà è una miscela di molte lunghezze d'onda cui corrispondono tutti i colori dell'iride. È proprio questo il principio fisico su cui si basa la sorgente di luce più importante, il sole, la cui temperatura superficiale è appunto di 6000 K.

### La luce ultravioletta

Quando la lunghezza d'onda della luce è più piccola di  $0.4 \mu\text{m}$ , il limite inferiore dello spettro visibile, si parla di luce ultravioletta, per lo meno fino a lunghezze d'onda dell'ordine di alcune decine di nm ( $1 \text{ nanometro} = 10^{-9} \text{ m}$ ). Questa è una delle regioni meno esplorate dello spettro elettromagnetico. Limitiamoci a dire che, anche in questo caso, per generare onde di questa lunghezza d'onda si utilizzano le vibrazioni degli elettroni più esterni degli atomi.

## I raggi X

Quando la lunghezza d'onda assume valori più piccoli di qualche decina di nm si parla di radiazione X. Per poter emettere onde elettromagnetiche di questo tipo bisogna mettere in movimento gli elettroni più interni degli atomi, che oscillano a frequenze molto più elevate di quelli esterni. Per questa regione dello spettro esistono tuttavia altri possibili meccanismi di generazione. La scoperta dei raggi X avvenne, casualmente, facendo incidere un fascio di elettroni, accelerati da un campo elettrico, su un elettrodo di metallo. In questo processo gli elettroni perdono molto rapidamente l'energia cinetica guadagnata e la brusca decelerazione che subiscono porta all'emissione di onde elettromagnetiche di tipo X. È su questo principio che operano i tubi a raggi X utilizzati in medicina.

Un'altra importante sorgente di radiazione X è rappresentata dai sincrotroni. Si tratta di grandi macchine nelle quali un fascio di elettroni viene fatto circolare lungo un'orbita poligonale. Per alcuni tratti gli elettroni viaggiano lungo una traiettoria rettilinea in modo inerziale. In alcuni punti però sono collocati dei potenti magneti che deflettono la loro traiettoria. Dopo aver subito un certo numero di opportune deviazioni, gli elettroni si ritrovano al punto di partenza e quindi continuano a circolare lungo l'orbita. La velocità a cui vengono fatti muovere gli elettroni è molto elevata, molto prossima a quella della luce, e le energie cinetiche corrispondenti sono dell'ordine dei GeV (1 Giga-elettronvolt =  $10^9$  eV). Quando elettroni così energetici subiscono una deflessione a opera dei campi magnetici si ha un'accelerazione e, di conseguenza, anche l'emissione di onde elettromagnetiche su uno spettro abbastanza ampio che abbraccia la regione dei raggi X.

## I raggi gamma

Si parla di raggi gamma per indicare le radiazioni emesse nel corso dei processi in cui sono coinvolte le particelle nucleari, cioè i protoni e i neutroni. Nei nuclei le particelle si trovano a stretto contatto sotto l'azione di forze molto intense, e quindi le loro frequenze di oscillazione sono molto più elevate di quelle degli elettroni atomici. Di conseguenza, anche la lunghezza d'onda delle onde elettromagnetiche emesse è molto più piccola, dell'ordine degli Ångstrom ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) o meno. Le onde elettromagnetiche di lunghezza d'onda più piccola fino ad ora osservate sono quelle presenti nei raggi cosmici, radiazioni di origine spesso ignota che raggiungono la terra dallo spazio.

## **Il coefficiente di assorbimento dei raggi X**

Quando i raggi X si propagano in un materiale si verificano diversi fenomeni fisici il cui peso relativo dipende notevolmente dall'energia dei fotoni e anche dalle caratteristiche del materiale, principalmente dal numero atomico  $Z$  degli elementi che lo costituiscono. Questo fa sì che il legame tra l'energia  $h\nu$  dei fotoni e il coefficiente di assorbimento sia abbastanza complessa, come mostra ad esempio la figura 5 nella quale il coefficiente di assorbimento è mostrato per il caso dell'elemento chimico Itterbio. Grafici di questo tipo per tutti gli elementi della tavola periodica possono essere trovati sul sito del NIST, l'ente metrologico americano (<http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/cover.html>).

In genere, come nel caso della figura 5, il coefficiente di attenuazione per i raggi X viene normalizzato alla densità del materiale e la legge di attenuazione assume la seguente forma:

$$I = I_0 e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)\rho x}$$

dove  $\mu$  è il coefficiente lineare di attenuazione e  $\rho$  la densità del materiale. Il motivo per cui si adotta questa convenzione è che l'assorbimento dei raggi X dipende solo dal numero di atomi del materiale per unità di volume e dallo spessore attraversato, cioè dal prodotto  $\rho x$ . Il valore del coefficiente di assorbimento normalizzato alla densità del materiale è mostrato nella figura 6 per il caso dell'Ytterbio. L'unità generalmente adottata è  $\text{cm}^2/\text{g}$ . Il rapporto  $\mu/\rho$  prende il nome di coefficiente di assorbimento massico (mass absorption coefficient), il prodotto  $\rho x$  invece viene chiamato spessore massico (mass thickness).

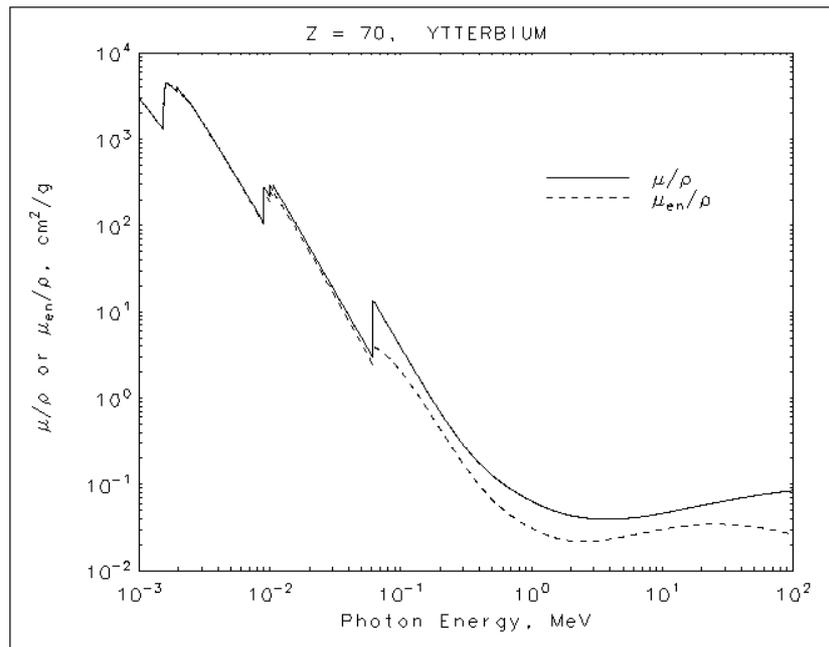


Fig. 5

L'andamento mostrato nella figura 5 è dovuto a diversi fenomeni fisici:

- Diffusione elastica, cioè processi di urto nei quali l'energia del fotone non cambia mentre invece cambia la direzione di propagazione. Per questo effetto si parla anche di "diffusione Rayleigh". Si manifesta, anche se debolmente, per energie del fotone minori di alcune decine di KeV ed è proporzionale a  $Z^{2.5}$ .
- Fotoemissione. E' il processo più importante, almeno dal nostro punto di vista, e si manifesta fino a energie del fotone maggiori di un centinaio di KeV. La sua probabilità è proporzionale a  $Z^4$ . Nel seguito discuteremo in dettaglio il fenomeno della fotoemissione che, tra l'altro, è responsabile dei picchi osservabili nella figura 5.
- Diffusione Compton: significativa per energie del fotone maggiori di 100 KeV, lineare in  $Z$ .
- Creazione di coppie: si manifesta, per ovvie ragioni di conservazione dell'energia, solo per energie del fotone maggiori di 1 MeV ed è proporzionale a  $Z^2$ .

Se si considera la dipendenza da  $Z$  di tutti i fenomeni di diffusione dei raggi X si conclude che il coefficiente di assorbimento è tanto più grande quanto più grande è il numero atomico del mezzo. E' per questo motivo che si utilizzano i raggi X per visualizzare le ossa nelle radiografie. Queste, che contengono il calcio, assorbono i raggi X molto più degli altri tessuti proprio per la presenza di questo elemento il cui numero atomico è molto maggiore di quello degli altri elementi che costituiscono gli organismi viventi (C, O, H).

### L'effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico consiste nell'assorbimento, da parte degli elettroni atomici, dell'energia dei fotoni. Come noto, negli atomi gli elettroni si trovano all'interno di una buca di potenziale (generato dal nucleo e dagli elettroni stessi) nella quale si dispongono in stati quantizzati nei quali l'energia non assume valori arbitrari (al pari di altre grandezze come il momento angolare e lo spin) ma solo alcuni valori particolari. Schematicamente possiamo pensare ad un atomo come ad un insieme di livelli energetici consentiti nei quali gli elettroni si dispongono rispettando il principio di esclusione di Pauli, in base al quale su uno stesso livello energetico possono stare al massimo due elettroni con spin opposto. Nella parte sinistra della figura 6 è mostrato lo schema dei livelli energetici di un atomo idealizzato dove l'energia viene valutata rispetto al livello di vuoto. Se un fotone di energia  $h\nu$  interagisce con questo atomo può verificarsi l'assorbimento di questo fotone a opera di uno degli elettroni dell'atomo, nel caso mostrato nella figura quello con energia  $E_1$ . In seguito al processo di assorbimento l'energia del fotone viene trasferita all'elettrone che, in questo modo, si allontana dall'atomo con un'energia pari a quella del fotone meno l'energia di legame  $E_1$ . Si tratta del ben noto processo di fotoemissione. Ovviamente, perché questo assorbimento possa verificarsi

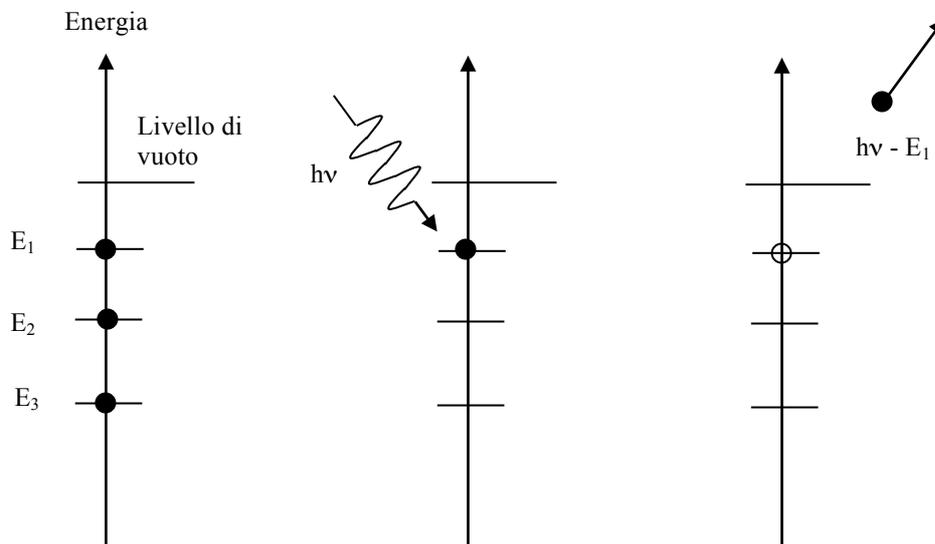


Fig. 6

l'energia del fotone deve essere maggiore di quella del livello in cui si trova l'elettrone. In altre parole, il coefficiente di assorbimento per i raggi X dipende dall'energia (o dalla lunghezza d'onda). Se l'energia è inferiore non può verificarsi assorbimento, se l'energia è maggiore invece sì. Inizialmente, per energie del fotone molto basse (per esempio luce visibile) non è possibile estrarre

elettroni dall'atomo. Quando però  $h\nu$  diventerà uguale a  $E_1$  l'energia del fotone sarà sufficiente per provocare la fuoriuscita dell'elettrone corrispondente, e il diagramma dei coefficienti di assorbimento in funzione di  $h\nu$  presenterà un gradino proprio in corrispondenza del valore  $E_1$ . Lo stesso accadrà al raggiungimento delle soglie successive, cioè dei valori  $E_2, E_3, \text{etc} \dots$  dell'energia del fotone. In definitiva, il grafico di  $\mu$  in funzione di  $h\nu$  dovrebbe apparire come una specie di scala, con tanti gradini ciascuno corrispondente a un particolare livello energetico. In realtà, come si vede nella figura 5, non c'è una scala vera e propria, anche se i gradini corrispondenti ai vari livelli sono chiaramente visibili. La ragione è che, oltre ad avere delle brusche risalite in corrispondenza dei livelli energetici degli elettroni, la probabilità dipende anche dalla energia del fotone  $h\nu$  la quale, al di sopra di circa 100 eV, decresce progressivamente per ragioni che non ci interessa in questa sede approfondire.

La combinazione di questi due fattori (la presenza di soglie e la progressiva diminuzione del coefficiente di assorbimento) dà luogo all'andamento mostrato nella figura 5 nel caso dell'atomo di Yb. Al crescere dell'energia del fotone il coefficiente di assorbimento  $\mu$  tende a diminuire ma quando il valore coincide con quello dell'energia di legame di uno degli elettroni allora si apre una nuova possibilità per la luce di essere assorbita e per questo il coefficiente di assorbimento risale bruscamente. In corrispondenza di ciascun livello energetico quindi si osserva la presenza, nella curva di  $\mu$  in funzione di  $h\nu$ , di uno spigolo, detto "spigolo di assorbimento" o, in inglese, "absorption edge".

Nel caso dell'Yb mostrato nella figura 5 si osservano tre spigoli di assorbimento. Lo spigolo più a destra è lo spigolo K e corrisponde all'assorbimento dei fotoni da parte degli elettroni più interni dell'atomo, quelli appunto della prima shell, quella che si indica con il numero quantico dell'energia 1: si tratta degli elettroni 1s. Il secondo spigolo mostrato della figura (in realtà sono diversi spigoli abbastanza vicini fra loro, è quello L, dovuto all'assorbimento da parte degli elettroni della seconda shell, cioè gli elettroni 2s e sp. Il terzo è lo spigolo M, con gli elettroni della terza shell, 3s, 3p e 3d.

## **Il libero cammino medio degli elettroni**

L'interazione fra gli elettroni e il mezzo in cui si propagano è molto forte, per la semplice ragione che l'interazione elettrostatica degli elettroni con le altre particelle cariche presenti nella materia è molto intensa. Questo è responsabile del fatto che gli elettroni nei mezzi materiali percorrono distanze molto brevi.

Per caratterizzare il moto degli elettroni nella materia si utilizza la legge di Lambert-Beer in questa forma:

$$N = N_0 e^{-x/\lambda}$$

Il termine  $\lambda$  viene chiamato profondità di penetrazione (escape depth in inglese). Si usa un termine diverso (profondità di penetrazione al posto di libero cammino medio) perché il termine libero cammino medio è stato usato in precedenza viene di solito usato in relazione a un solo meccanismo di scattering. Nel caso reale agiscono molti meccanismi diversi (come si è per esempio visto nel caso dei raggi X) e quindi il loro effetto totale dà luogo a un libero cammino medio che si indica in genere con il termine "profondità di penetrazione". La relazione tra  $\lambda$  e i vari liberi cammini medi  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  è il seguente:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \dots$$

Un fatto fisico importante è che l'escape depth  $\lambda$  dipende dall'energia  $E$  degli elettroni e il grafico che lega le due grandezze fra loro è abbastanza indipendente dal materiale considerato. Esiste cioè una sorta di curva "universale" che lega l'energia dell'elettrone dalla sua profondità di penetrazione nel materiale, come mostrato nella figura 7.

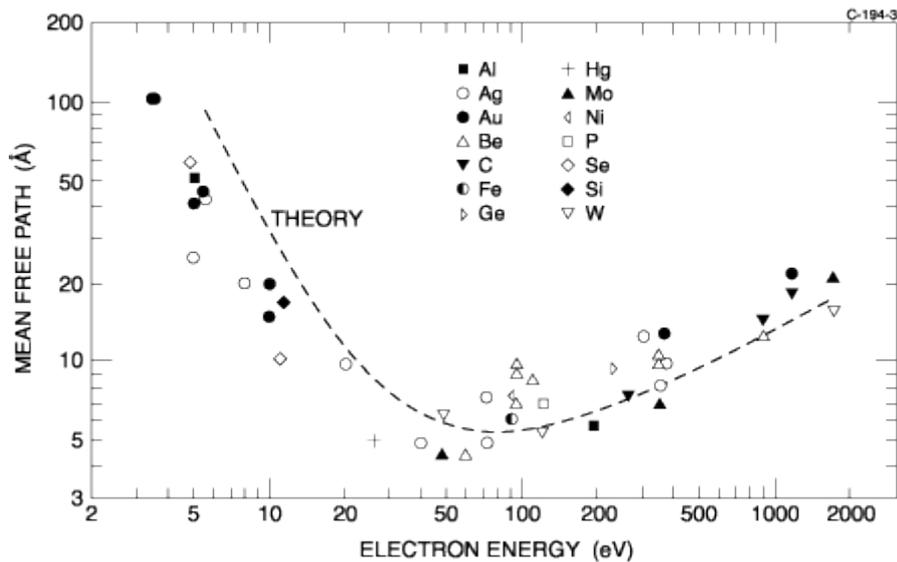


Fig. 7

La curva presenta un minimo per energie degli elettroni dell'ordine dei 100 eV. Per comprendere la forma di questa curva conviene cominciare da quello che succede per energie abbastanza elevate degli elettroni. In questa situazione gli elettroni energetici urtano con quelli del materiale in un modo del tutto simile a quello che fanno le particelle alfa con i nuclei atomici, vale a dire che il meccanismo di diffusione è quello di Rutherford. Un'analisi teorica di questo tipo di scattering, sia essa classica o quantistica, porta a concludere che la probabilità di urto è inversamente proporzionale al quadrato dell'energia dell'elettrone incidente, cioè è tanto minore quanto più energetico è l'elettrone. Ne consegue che il libero cammino medio corrispondente è tanto più grande quanto maggiore è l'energia dell'elettrone. Questo consente di spiegare l'andamento crescente della curva mostrata nella figura 7 per energie elevate.

Per comprendere la risalita che si osserva a energie basse bisogna ricorrere a considerazioni di tipo quantistico. In estrema sintesi, si pensi ad un elettrone che si muove in un mezzo subendo perdite di energia. Come noto in un solido vi sono bande di stati elettronici che, nel caso di un metallo, sono piene fino al livello di Fermi. Al di sopra del livello di Fermi ci sono gli stati vuoti nei quali si dispongono gli elettroni iniettati nel materiale, come schematizzato nella figura 8. Se si inietta un elettrone nel materiale questo si posiziona in uno dei livelli energetici vuoti e, quando in seguito ad un urto perde una quantità di energia  $\Delta E$ , si porta in uno stato di energia minore, come mostrato nella figura. Ovviamente, se lo stato di energia minore si trova nella banda degli stati occupati, l'urto non può avvenire perché in base al principio di esclusione di Pauli non si possono mettere

altri elettroni negli stati già occupati. Questa impossibilità a transire verso stati più bassi è ovviamente più significativa per gli elettroni che si trovano in stati vuoti prossimi al livello di Fermi. Questo permette di spiegare, in modo qualitativo, il motivo per cui la probabilità di scattering diminuisce al diminuire dell'energia dell'elettrone. Di conseguenza, a causa di questi effetti puramente quantistici, l'escape depth aumenta al diminuire dell'energia degli elettroni incidenti.

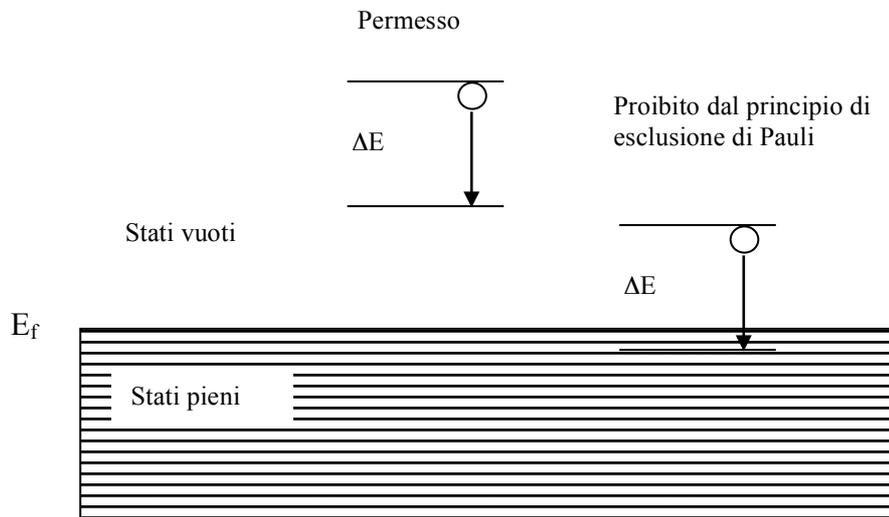


Fig. 8

Tutto questo ragionamento è corretto se si considerano solo gli urti tra elettroni, come è giusto dal momento che questo è il principale meccanismo di interazione coinvolto. A energie molto basse però cominciano a diventare significativi gli urti tra gli elettroni e le vibrazioni reticolari (i fononi) e questo è il motivo per cui l'escape depth non aumenta indefinitamente al diminuire dell'energia dell'elettrone.

### I fenomeni fisici prodotti dagli elettroni nei mezzi materiali

Immaginiamo di inviare un fascio di elettroni tutti con la stessa energia  $E_0$  su un sottile foglio di Al (per sottile si intende che il suo spessore sia al massimo alcune volte il libero cammino medio per gli elettroni a quella energia). Non preoccupiamoci di come si possa realizzare un foglio tanto sottile, è un esperimento sulla carta, anche se è possibile realizzarlo realmente. La situazione è rappresentata nella figura 9.

Quando gli elettroni urtano il materiale succedono molte cose, proprio come se sparassimo su uno scaffale di cristalleria con un mitra. In particolare, quello che si vede è che dal campione vengono emessi elettroni sia dal lato su cui incide il fascio sia dall'altro lato, visto che abbiamo supposto che il foglio sia abbastanza sottile da lasciarne passare una certa parte. Tra gli elettroni uscenti dal campione possiamo individuare elettroni che hanno ancora la stessa energia del fascio incidente. Se però effettuiamo una misura dello spettro energetico degli elettroni uscenti possiamo anche notare che vi sono anche elettroni con energia diversa da  $E_0$ . I dettagli dello spettro degli elettroni emessi dipende da numerosi fattori: il materiale, l'energia  $E_0$ , l'angolo di incidenza, lo spessore, ...

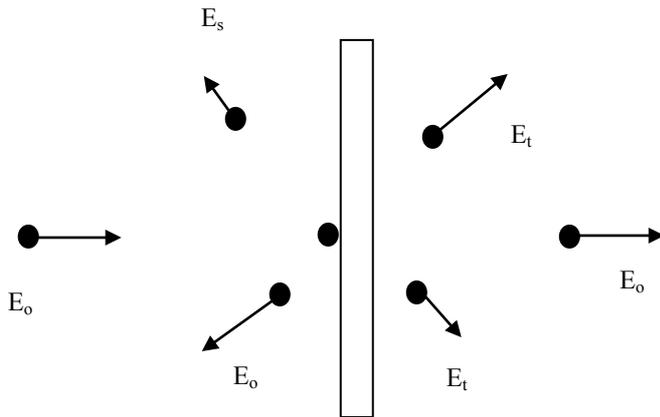


Fig. 9

Se consideriamo per esempio lo spettro degli elettroni uscenti dal campione potrebbe capitarci di osservare una figura di questo genere (figura 10) che mostra il numero di elettroni in funzione della loro energia. Il picco a energia maggiore corrisponde agli elettroni che non hanno subito perdite di energia e quindi hanno ancora quella iniziale  $E_0$ . Fra gli elettroni che hanno subito perdite di energia possiamo distinguere due casi. I cosiddetti elettroni “secondari” che danno luogo a uno spettro continuo che presenta un massimo per valori bassi di  $E$ . Su questo spettro continuo si sovrappongono alcuni picchi per valori particolari di  $E$ . Questi picchi possono essere dovuti a diversi tipi di interazione. Fra le numerose possibilità vanno tenuti presente i cosiddetti “plasmoni”, gli elettroni prodotti in seguito a fotoemissione e quelli prodotti per effetto “Auger”.

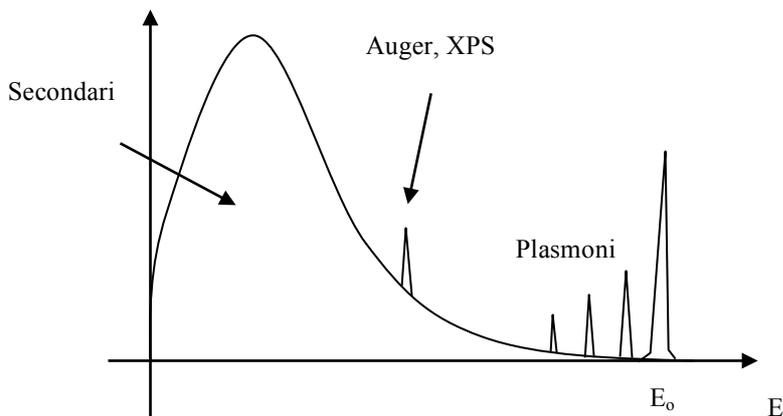


Fig. 10